Euclid.
Elemen

Euclides

DE GLI
ELEMENTI
DI EVCLIDE

Li Primi ſei Libri
Tradotti in lingua Italiana

ALL'ILLVSTRISS. SENATO
DI BOLOGNA.

Pertinet ad Bibliothecam:
Sancti Francisci
Tra̅siti= bononiæ: Ex
Industria

In Bologna, Per Gioſeffo Longhi.

Con licenza de' Superiuri.

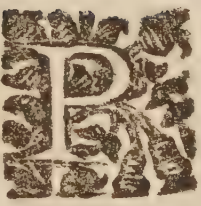
ILLVSTRISSIMI SIGNORI.

A lingua latina, quaſi inuidioſa cuſtode, ò geloſa ſecretaria delle Scienze, fa il poſſibile, acciochе niuno ſia ammeſſo alla cognitione di quelle ſenza il ſuo mezo. Queſto perfettamente è conoſciuto da ciaſcuno; anco mediocremente verſato nelle ſcienze Scolaſtiche; poſciache ella hà preſo tanto poſſeſſo in quelle, che non permette, che i termini ſcientifici ſi poſſano eſprimere ſe non con vocaboli di ella ſteſſa,i quali termini ſe ſi poteſſero traſportare in linguaggio materno, ogni mecanico artefice potrebbe apprendere la Filoſofia, Metafiſica &c. Anco nelle ſcienze Matematiche queſto medeſimo è auuerato; le quali ſe bene ſono collocate ſopra il Trono di maſſima certezza nel ſupremo grado dell'euidenza, dedotte da principij manifeſtiſſimi, Aſſiomi, Pronunciati, & altre propoſitioni per ſe note, non poſſono eſſere imparate da quelli, à benche d'ingegno perſpicace, & acuto, li

quali

quali sono priui della lingua latina, nella quale vengono spiegate. A questo hebbero riguardo li nostri antecessori, li quali traslatorono l'opere d'Euclide in Italiano, ma essendo elle state consumate dal tempo hò io ristampati li sei primi Libri d'Euclide in vna forma, che sarà nuoua in questa lingua, con espositioni alquanto diuerse dal testo, à fine di accomodare più facilmente li sentimenti dell'Autore alla capacità de' Principianti, a' quali penso di giouare grandemente, acciò più spedita, e fruttuosamente imbeuano tutti li fondamenti dell'Agrimensura, Astronomia, Architettura Ciuile, e Militare, Altimetria, & altri. Questi dedico alle SS. VV. Illustriss. e loro faccio humile riuerenza.

Di Camera li 8. Marzo 1651.

Delle SS. VV. Illustriss.

Deuotiss. Seru. e Suddito

F. Gio. Ricci Carm. Publico Matematico.

LIBRO PRIMO

De gli Elementi d'Euclide.

DEFINITIONI.

1 *PVnto, è vna cosa, che nella quantità continua hà positione, ma non hà parti.*

2 *Linea, è la strada, che fà il punto, mouendosi.*

3 *Nella linea, altre cose non si trouano, che i punti.*

4 *Retta, dicesi quella linea, che può rappresentarsi tutta in vn punto.*

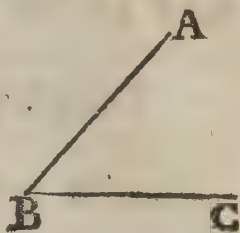
5 *Superficie, è la strada, che fà la linea, mouendosi.* per trauerso.

6 *Nelle superficie, altre cose non si trouano, che le linee.*

7 *Piana, dicesi quella superficie, che può rappresentarsi tutta in vna linea retta.*

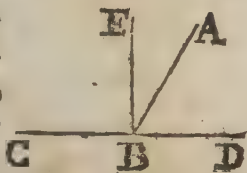
8 *Angolo piano, dicesi l'inchinatione di due linee, poste in vn piano; mentre si toccano in vn punto, in modo che, prolongate oltre quel pun-*

to, non tornino vicendeuolmente le medesime.

Due linee AB, BC si toccano nel punto B con questa legge, che prolungandosi AB, non diuenti BC. Si concepisce la inchinatione, che hanno frà di loro le due linee AB, BC, sotto nome di angolo piano; e si dice, l'angolo ABC.

9 *Rettilineo, dicesi, l'angolo piano di due linee rette.*

10 *Se vna linea retta stando soura vn altra fà gli angoli dalle bande vguali; si dicono gli angoli retti; e la sourastante linea, si chiama perpendicolare alla soggetta.*

Stando EB soura CD, fà gli angoli EBC, EBD frà di loro eguali. Si concepiscono gli angoli, EBC, EBD sotto nome di angoli retti; & la EB sotto nome di perpendicolare alla CD, che gli è soggetta: onde si dicono, l'angolo retto EBC; l'angolo retto EBD; & la linea EB perpendicolare à CD.

E A
C B D

11 *Ottuso, dicesi, l'angolo maggiore del retto.*

12 *Acuto, dicesi, l'angolo minore del retto.*

L'angolo ABC è maggiore del retto EBC; & si dice l'angolo ottuso ABC.

L'an-

L'angolo ABD, è minore del retto EBD: & si dice l'angolo acuto ABD.

13 *Termine, si dice il confine, oltre il quale alcuna cosa non si stende.*

14 *Figura, è vna cosa, che da vno, ò più termini d'ogni intorno si rinchiude.*

15 *Circolo, è vna figura piana terminata da vna sola linea, che si chiama circonferenza; alla quale, quante linee rette si conducono da vn punto, che è dentro la figura, tutte sono frà di loro eguali, e si dicono raggi del circolo.*

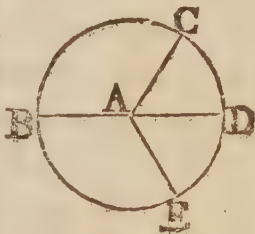
16 *E quel punto, si dice, centro.*

17 *Diametro, dicesi quella linea retta, che passando per il centro del circolo, è terminata dalla circonferenza.*

18 *Semicircoli sono le figure, nelle quali resta diuiso il circolo dal diametro.*

La figura ABCDE è terminata da vna sola linea BCDE, talmente constituita; che dal punto A, che è dentro la figura, quante linee rette à quella si conducono AB, AC, AD, AE, sono tutte fra di loro eguali. La figura ABCDE, si chiama circolo: la linea BCDE, circonferenza: le linee

AB, AC, AD, AE, raggi: il punto A, centro: la li-

nea retta BAD, diametro: le figure ABCD, ABEC, ſemicircoli.

19 *Rettelinee, ſi dicono, le figure, che ſono terminate da linee rette. Queſte linee rette ſi chiamano lati.*

20 *Tra le figure rettelinee, triangoli ſi dicono quelle, che ſono di tre lati.*

21 *Quadrangoli, di quattro.*

22 *Poligoni, di più lati.*

23 *Tra li triangoli, equilatero, diceſi quello, che hà trè lati vguali.*

24 *Iſoſcele, che hà due lati eguali.*

25 *Scaleno, che hà tutti trè i lati diſeguali.*

26 *Rettangolo, che hà vn angolo retto. E nel triangolo rettangolo, il lato, che ſi oppone all'angolo retto, ſi dice, Ipotenuſa.*

27 *Ottuſiangolo, quel triangolo, che hà vn angolo ottuſo.*

28 *Acutangolo, che hà tutti gli angoli acuti.*

29 *Tra li Quadrangoli, quadrato, diceſi l'equilatero, e rettangolo; cioè quello, che hà tutti i lati eguali, e tutti gli angoli retti.*

30 *Quadri longo, il rettangolo non equilatero.*

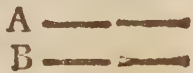
31 *Rombo, l'equilatero non rettangolo.*

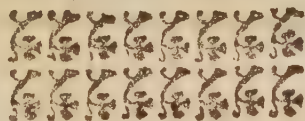
32 *Romboide è quello: che non essendo equilatero, ne rettangolo, hà i lati, e gli angoli opposti eguali.*

33 *Trapetij si dicono, li rimanenti figure quadrangoli.*

44 *Parallele, si dicono due linee rette, che stando nel medesimo piano, e prolungandosi dall'vna banda, e dall'altra in infinito, non concorrono.*

A ———
B ———

Le due linee rette A, B sono poste in vn piano con questa legge, che prolungandosi dall'vna, ò dall'altra parte in infinito, non concorrono mai. Si concepiscono le due linee A, B sotto nome di parallele; e si dicono, le parallele A, B.

35 *Parallelogrammo, è vna figura quadrangola, della quale gli opposti lati sono parallele.*

36 *Diametro del parallelogrammo, si dice vna linea retta, condotta per i punti degli angoli opposti.*

Postulati, ouero Dimande.

1 *DAti, ò proposti due punti, si dimanda, di poter condurre per essi vna linea retta.*

2 *Data, ò proposta vna linea retta prolungarla.*

3 *Dati, ò proposti due punti dall' vno di loro, che sia centro, condurre per l'altro la circonferenza del circolo.*

4 *Data, ò proposta vna cosa, pigliare in essa qualsiuoglia, punto ò linea retta.*

5 *Proposta vna cosa, ripigliarla.*

6 *Proposte due cose, souraporle l'vna all'altra.*

Assiomi, ouero communi sentenze.

1 *SE due cose sono eguali ad vna medesima sono eguali frà di loro.*

β *Di trè cose, se la prima è maggiore della seconda, & la seconda è vguale alla terza; la prima è maggiore della terza.*

γ *Se la prima è minore della seconda, & la seconda è vguale alla terza; la prima è minore della terza.*

δ *Se la prima è maggiore della seconda, & la seconda della terza; la prima è maggiore della terza.*

ε *Se la prima è minore della seconda, & la seconda della terza; la prima è minore della terza.*

2 *Se alla medesima cosa, ouero à cose vguali si aggiungono altre cose vguali, ouero communi; le composte sono eguali.*

3 *Se dalla medesima cosa, ouero da cose vguali si leuano altre cose vguali, ouero communi; le rimanenti sono eguali.*

4 *Se à cose diseguali s'aggiungono le cose vguali, ò communi, le composte sono diseguali; la*

composta della maggiore, maggiore; e la composta della minore, minore.

β *Se alle cose diseguali s' aggiungono altre cose diseguali, alla maggiore la maggiore, alla minore la minore; le composte sono diseguali; la composta delle maggiori, maggiore; & la composta delle minori, minore.*

5 *Se dalle cose diseguali si leuano le cose vguali, ò communi le rimanenti sono diseguali; la rimanente dalla maggiore, maggiore; & la rimanente dalla minore, minore.*

β *Se dalle cose diseguali si leuano altre cose diseguali, dalla maggiore la minore, e dalla minore la maggiore, le rimanenti sono diseguali; la rimanente dalla maggiore, maggiore; & la rimanente dalla minore, minore.*

6 *Le cose, che sono doppie della medesima, ò delle vguali sono eguali; ouero sono la medesima.*

7 *Le cose, che sono la metà della medesima, ò delle vguali, sono eguali; ouero sono la medesima.*

8 *Le cose, che si adattano, sono eguali.*

9 *Il composto è maggiore di qualsiuoglia suo componente.*

10 *Due linee rette non rinchiudono figura.*

11 *Il composto è vguale à tutti li suoi componenti.*

12 *Tutti gli angoli retti sono eguali frà di loro.*

13 *Quando due linee rette fanno angolo in vn punto; prolungate si tagliano in quel medesimo punto.*

14 *Quando si adattano i termini di due cose piane, si adattano le medesime.*

β *E conuersamente, quando si adattano due cose piane; si adattano i suoi termini.*

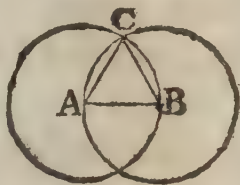
15 *Se vna linea retta concorre ad vna d le parallele; concorre ancora alle altre.*

16 *La cosa è come si dice, quando in altro modo non può essere.*

Pro-

Problema Primo . Propoſitione Prima .

DAta vna linea retta terminata; fare ſoura di quella vn triangolo equilatero .

Data la retta A. B.
Biſogna fare il triangolo equilatero A B C.

Operatione .

poſt. 3. | Dal centro A per B ſi conduca la circonferenza B C.
poſt. 3. | Dal centro B per A ſi conduca la circonferenza A C.
poſt. 1. | Si conducano le rette C A, C B.
Dico, che il triangolo A B C è equilatero.

Dimoſtratione .

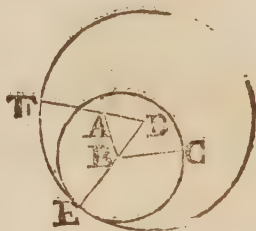
def.15. | I raggi A B, A C ſono eguali.
def.15. | I raggi B A, B C ſono eguali.
aſſ. 1. | I lati A C, B C ſono eguali.
def.23. | Dunque il triangolo A B C è equilatero.

Pro-

Probl. 2. Prop. 2.

D*Ati vn punto, & vna linea retta; condurre dal punto vn altra linea retta eguale.*

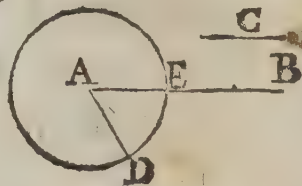
Dato il punto A.
Data la retta BC.
Bisogna condurre AE eguale à BC.

Operatione.

post. 1.	Si conduca la retta BA.
prop. 1.	Si faccia il triangolo equilatero ABD.
post. 3.	Dal centro B per C si conduca la circonferenza CE.
post. 2.	Si prolunghi DB fino à questa circonferenza in E.
post. 3.	Dal centro D per E si conduca la circonferenza EF.
post. 2.	Si prolunghi AD fino à questa circonferenza in F.
	Dico, che AF, BC sono eguali.
	Dimostratione.
def. 15.	I raggi DF, DE sono eguali.
def. 23.	I lati DA, DB sono eguali.
ass. 3.	Le rimanenti linee AF, BE sono eguali.
def. 15.	I raggi BC, BE sono eguali.
ass. 1.	Dunque AF, BC sono eguali.

Pro-

Probl. 3. Prop. 3.

Date due linee rette diseguali; tagliare dalla maggiore vna portione vguale alla minore.

Date due linee rette A B maggiore, C minore.
Bisogna tagliare A E vguale à C

Operatione.

prop. 2.	Dal punto A si conduca A D eguale à C. †
post. 3.	Dal centro A per D si conduca la circonferenza D E.
	Dico, che A E è vguale à C.

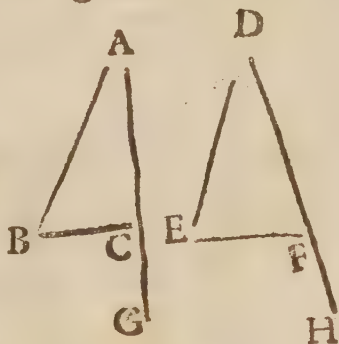
Dimostratione.

def. 15.	I raggi A E, A D sono eguali.
†	Si è condotta A D eguale a C.
ass. 1.	Dunque A E è eguale à C.

Teo-

Teorema Primo Prop. 4.

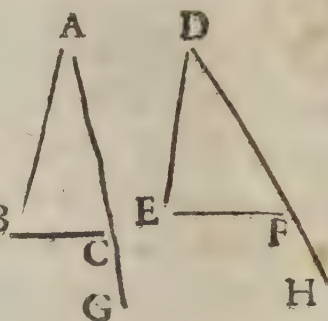
SE in due triangoli due lati ſono eguali à due lati ad vno ad vno, e gli angoli compreſi ſono eguali, α ancora le baſi, β e li triangoli ſono eguali; γ e gli altri due angoli ſono eguali à gli altri due angoli ad vno ad vno, che ſi oppongono à i lati eguali: δ e prolongandoſi i lati eguali, gli angoli ſotto le baſi ſono eguali.

Ne i due triangoli ABC, DEF.
I lati AB, DE ſono eguali.
I lati AC, DF ſono eguali.
Gli angoli A, D ſono eguali.
I lati eguali prolongati ſono ACG, DFH.
Dico, che le baſi CB, FE
Che i triangoli ABC, DEF
Che gli angoli B, E,
e gli angoli ACB, DFE,
Et che gli angoli BCG, EFH } ſono eguali.

Preparatione.

poſt.6. | Si ſourapongono { li punti A, D. le rette AG, DH. gli angoli A, D.

Di-

Dimostratione.

ass.16. Si adattano i punti C, F; altrimenti saranno i lati AC, DF diseguali contro la suppositione.

ass.16. Si adattano le linee AB, DE; altrimenti saranno gli angoli A, D diseguali, contro la suppositione.

ass.16. Si adattano i punti B, E; altrimenti saranno i lati AB, DE diseguali contro la suppositione.

ass.16 Si adattano le basi BC, EF; altrimenti due linee rette chiuderanno la figura contro l'ass. 10.

ass.14. Si adattano { li triangoli ABC, DEF; gli angoli B, E, gli angoli ACB, DFE, gli angoli BCG, EFH.

ass.8. Dunque le basi CB, FE
ass.8. Li triangoli ABC, DEF
ass.8. Gli angoli B, E
gli angoli ACB, DFE
ass.8. E gli angoli BCG, EFH } sono eguali.

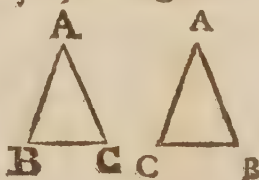
Teo-

Theor. 2. Prop. 5.

NEl triangolo Isoscele α gli angoli soura la base sono eguali, β e prolongandosi i lati eguali gli angoli sotto la base sono eguali.

L' Isoscele ABC ha i lati AB, AC eguali.

Dico, che gli angoli B, C sono eguali.

E che. prolongandosi i lati eguali, gli angoli sotto la base BC sono eguali.

Preparatione.

post. 5.	Si ripigli la medesima figura ABC, ACB†

Dimostratione.

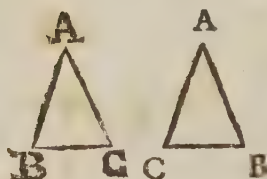
	Li due triangoli ABC, ACB hanno
†	i lati AB, AC,
†	i lati AC, AB, } che sono eguali.
†	e gli angoli A, A,
prop.4. γ.	Dunque gli angoli B, C sono eguali.
prop.4. δ.	E prolongandosi i lati eguali, gli angoli sotto la base BC sono eguali.

Corollario.

Per questa dimostratione è manifesto, che il triangolo equilatero è ancora equiangolo.

Teor-

Teor. 3. Prop. 6.

Se in vn triangolo due angoli ſono eguali, ancora i lati, che gli ſi oppongono, ſono eguali.

Il triangolo ABC hà due angoli B, C eguali.
Dico, che i lati AB, AC ſono eguali.

Preparatione.

poſt. 5.	Si ripigli la medeſima figura ABC, ACB.
poſt 6.	Si ſouraponga BC à CB.

Dimoſtratione.

*aſſ.*16.	Si adattano i triangoli ABC, ACB; altrimenti ſaranno gli angoli, B, C diſeguali, contro la ſuppoſitione.
aſſ 14.	Si adattano i lati AB, AC:
*aſſ.*8.	Dunque i lati AB, AC ſono eguali.

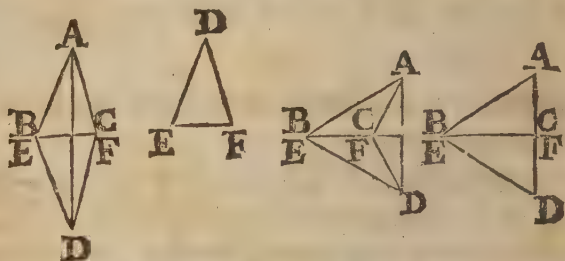
Teor. 4. Prop 7.

DI due triangoli sourapofti se le basi si adattano, e i lati dalle medesime bande sono eguali; le cime sono nel medesimo punto.

Questa versione spiega affermatamente la negatina di Euclide in questo luogo.

Il Theorema presente in Euclide è vtile solo per il seguente: nella nostra versione è inutile, dimostrandoli il seguente per altra strada. Anzi dalla dimostratione, che noi habbiamo fatta per il seguente Teorema, risulta la cognitione del presente, poiche i due triangoli, che si propongono nel presente, hanno i lati eguali; e nel seguente si dimostrerà, che hanno eguali quegli angoli, che si oppongono à i lati eguali; & hanno eguali quegli angoli, che sono compresi da i lati eguali. Onde adattandosi le basi, & i lati eguali; si adattaranno i triangoli, per le cose dimostrate nella prop.4. & si adattaranno le ancora cime; ouero saranno nel medesimo punto, per l'ass. 14.β come si è proposto.

Teor. 5. Prop. 8.

SE di due triangoli i lati ſono eguali à i lati ad vno ad vno ſono ancora eguali gli angoli oppoſti à i lati eguali.

I due triangoli ABC, DEF hanno
i lati AB, DE ⎫
i lati AC, DF ⎬ eguali.
i lati BC, EF ⎭
Dico, che gli angoli A, D, ſono eguali.

Preparatione.

poſt.6.	Si ſouraponġan { i punti B, E. / i lati eguali BC, EF. / il triangolo EDF allo ſpatio ſotto BC.
poſt.1.	Si conduca la retta DA.

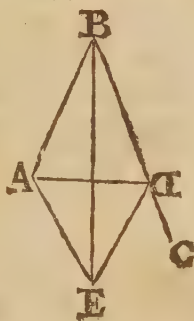
Dimoſtratione.

def. 24.	I triangoli BAD, CAD ſono Iſoſceli;
prop.5 a	Nel triang BAD } gli ang. A, D ſono egu.
aſſ. 2.	Nel triang CAD }
aſſ. 3.	Dunque ne i triangoli ABC, DEF gli angoli compoſti, ò rimanenti A, D ſono eguali.

Pro-

Probl. 4. Prop. 9.

DAto vn angolo rettilineo; compartirlo in due angoli eguali.

Dato l'angolo rettilineo ABC.
Bisogna compartirlo in due angoli ABE, EBC eguali.

Operatione.

post.4.	Nella retta BA si pigli vn punto A.
prop. 3.	Si tagli BD eguale à BA. †
post.11.	Si conduca la retta AE.
prop.1.	Si faccia il triangolo equilatero ADE.
post.1.	Si conduca la retta BE.
	Dico, che gli ang. ABE, EBC sono eguali.

Dimostratione.

	I triangoli DBE, ABE, oltre il lato commune BE, hanno i lati AB, DB eguali.
def. 23.	E sono le basi AE, DE parimente eguali;
prop.8.	Dunque gli ang. ABE, EBD sono eguali.

Probl. 5. prop. 10.

DAta vna linea retta; compartirla in due linee vguali.

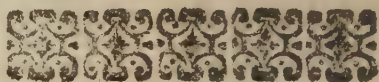
Data la linea tetta AB.
Bisogna compartirla in due linee AD, BD eguali.

Operatione.

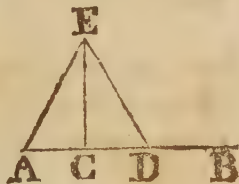
prop.1.	Soura BA si faccia il triangolo equilatero ABC.
prop.9.	Si comparta l'angolo ACB in due ACD, BCD eguali. †
	Dico, che AD, DB sono eguali.

Dimostratione.

def.23.	I triangoli CAD, CBD, oltre il lato commune CD, hanno i lati CA, CB eguali;
†	E gli angoli compresi ACD, BCD sono eguali.
prop.4.	Dunque le basi AD, BD sono eguali.

Pro-

Probl. 6. Prop. 11.

D*At a vna linea retta, ed in essa vn punto; alzare la perpendicolare.*

Data la retta A B,
Dato il punto C.
Bisogna alzare la perpendicolare C E.

Operatione.

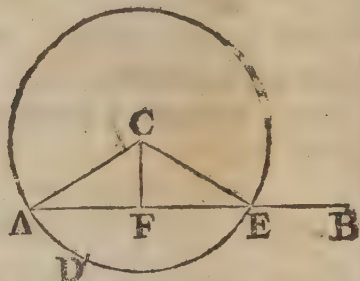
post.4.	Nella retta A B si pigli vn altro punto A,
prop.3.	Si tagli C D vguale à C A. †
prop.1.	Si faccia soura D A il triangolo equilatero D A E.
post.1.	Si conduce C E.
	Dico, che C E è perpendicolare ad A B.

Dimostratione.

	I due triangoli CEA, CED, oltre il lato CE commune hanno i lati CA, CD, eguali.
†	
def.23.	E le basi A E, D E sono eguali;
prop.8.	Gli angoli dalle bande E C A, E C D sono eguali.
def.10.	Dunque C E è perpendicolare ad A B.

Probl. 7. Prop. 12.

DAta vna linea retta, vn punto fuori di essa; mandar giù la perpendicolare.

Data la linea retta A B,
Dato il punto C.
Bisogna mandar giù la perpendicolare C F.

Operatione.

post. 4.	Nello spatio sotto AB si pigli vn punto D.
post. 3.	Dal centro C per D si conduca la circonferenza D E A.
prop. 10	Compartasi AE in due AF, FE vguali, †
post. 1.	Si conduca C F.
	Dico, che C F è perpendicolare ad A B.

Preparatione.

post. 1.	Si conducano le rette C A, C E.

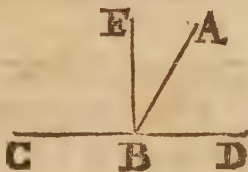
Dimostratione.

	I triangoli F C A, F C E, oltre il lato F C
†	commune, hanno i lati FA, FE, eguali.
def. 15.	E le basi C A, C E sono eguali.
prop. 8.	Gli angoli dalle bande CFA, C F E sono eguali.
def. 10.	Dunque C F è perpendicolare ad A B.

Teor.

Teor. 6. Prop. 13.

STando vna linea retta soura vn altra; gli angoli dalle bande congiunti sono eguali à due retti.

Stando AB soura CD, sà gli angoli dalle bande ABC, ABD. Dico, che gli angoli ABC, ABD congiunti sono eguali à due retti.

Dimostratione.

def.10. Se AB è perpendicolare à CD; è manifesto, che gli angoli ABC, ABD sono due retti.

Preparatione.

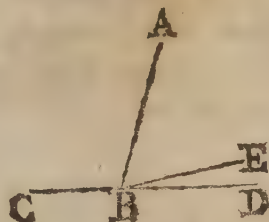
prop.11 Se AB non è perpendicolare; si alzi la perpendicolare BE.

Dimostratione.

ass.14. Gli angoli ABC, ABD congiunti si adattano alli due retti congiunti EBC, EBD.
ass.8. Dunque gli angoli ABC, ABD congiunti sono eguali à due retti.

Teor. 7. Prop. 14.

SE ad vn punto d'vna linea retta gli angoli rettilinei dalle bande sono eguali à due retti; hanno i termini non communi nella medesima linea retta.

Gli angoli ABC, ABD sono eguali à due retti. †
Dico, che CBD è linea retta.

Instanza.

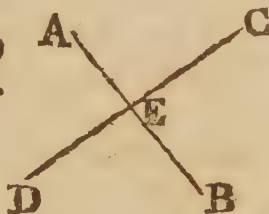
Non è CBD linea retta; ma CBE.

Risposta.

prop.13	Gli angoli ABC, ABE saranno eguali à due retti.
†	Gli angoli ABC, ABD sono eguali à due retti;
ass.12.	Gli angoli ABC, ABE saranno eguali à gli angoli ABC, ABD; contro l'ass.9.
ass.16.	Dunque CBD è linea retta.

Teor. 8. Prop. 15.

SEgandosi due linee rette; fanno gli angoli alla cima eguali.

Segandosi due rette AB, CD nel punto E, fanno gli angoli alla cima AED, CEB. Dico che gli angoli A E D, CEB sono eguali.

Dimostratione.

prop.13	Gli angoli AED, AEC sono eguali à due retti.
prop.13	Gli angoli AEC, CEB sono eguali a due retti;
ass.1.	Gli angoli AED, AEC sono eguali à gli angoli AEC, CEB:
ass.3.	Dunque, leuando l'angolo AEC commune, i rimanenti angoli AED, CEB sono eguali.

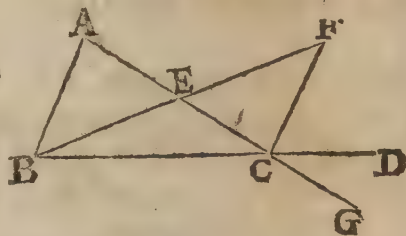
Corollarij.

1 Per questa dimostratione è manifesto, che due linee rette, segandosi, fanno quattro angoli eguali à quattro retti.

2 E che, quanti angoli sono intorno al medesimo punto, in vn medesimo piano, tutti sono eguali à quattro retti.

Teor. 9. Prop. 16.

PRolongandosi vn lato del triangolo; si fà l'angolo esterno maggiore di ciascuno de gl'interni opposti.

Il triangolo è A B C
Il lato prolongato BCD
Dico, che l'angolo esterno ACD è maggiore dell'angolo interno opposto A;
Et dell'angolo interno opposto A B C.

Preparatione.

prop.10.	Si comparta CA in due CE, EA eguali.
post.1 2.	Si conduca, e prolunghi BEF.
prop. 3.	Si tagli EF eguale à BE.
post. 2.	Si prolunghi AC in G.

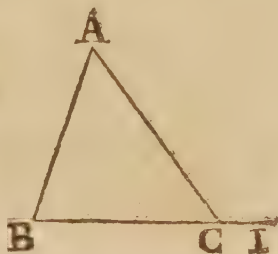
Dimostratione.

	I triangoli AEB, CEF hanno i lati.
prop.15.	e gli angoli compresi AEB, CEF eguali
prop.4 γ	Gli angoli A; ECF sono eguali.
ass. 9.	L'angolo ACD è maggiore dell'ang. ECF
ass 1. β	Dunque l'angolo ACD è maggiore dell'angolo A.
	Per le medesime ragioni si prouarà, che l'ang. BCG è maggiore dell'angolo ABC.
prop.15.	Gli ang. ACD BCG alla cima sono eguali.
ass. 1. β	Dunque l'angolo ACD è maggiore dell'angolo ABC.

Teo-

Teor. 10. Prop. 17.

DVe angoli del triangolo sono minori di due retti.

Il triangolo è ABC
Dico, che due angoli A, ACB sono minori di due retti.

Preparatione.

post. 2. | Si prolonghi BC in I.

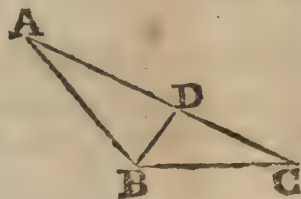
Dimostratione.

prop 16. | L'angolo A interno opposto è minore dell'angolo ACI esterno.
ass. 4. | E congiunto l'angolo ACB commune gli angoli A, ACB sono minori degli angoli ACI, ACB.
prop. 13. | Gli angoli ACI, ACB sono eguali à due retti.
ass. 1, 7 | Dunque gli angoli A, ACB sono minori di due retti.

Teo-

Teor. 11. Prop. 18.

Ai lati maggiori del triangolo si oppongono gli angoli maggiori.

Nel triangolo A B C il lato A C è maggiore del lato A B.
Dico che l'angolo A B C è maggiore dell'angolo C.

Preparatione.

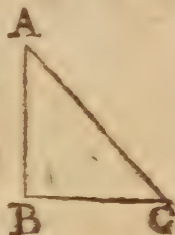
prop.3.	Si tagli A D eguale ad A B.
post. 1.	Si conduca B D.

Dimostratione.

ass. 4.	Nell' Isoscele A B D l'angolo A B C è maggiore dell'angolo A B D.
prop.5.a	Gli angoli A B D, A D B sono eguali.
prop.16.	Nel triang. C D B, l'ang. A D B esterno è maggiore dell'ang. C interno opposto.
ass.1. &	Dunque l'angolo A B C è maggiore dell' angolo C.

Teor. 12. Prop. 19.

AGli angoli maggiori del triangolo si oppongono i lati maggiori.

Nel triangolo ABC l'angolo B è maggiore dell'angolo C.
Dico, che il lato AC è maggiore del lato AB.

Instanza Prima.

Non è AC maggiore di AB; ma eguale.

Risposta.

def. 24.	Il triangolo ABC sarà Isoscele;
prop. 5.	Gli angoli B, C saranno eguali; contro la suppositione.

Instanza Seconda.

Non è AC maggiore di AB; ma minore.

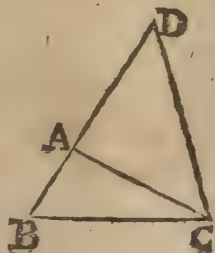
Risposta.

prop. 18	L'angolo B sarà minore dell'angolo C. contro la suppositione.
a.s. 16.	Dūque il lato AC è maggiore del lato AB.

Teo-

Teor. 13. Prop. 20.

DVe lati del triangolo sono maggiori del rimanente.

Il triangolo è ABC.
Dico che due lati BAC, sono maggiori del rimanente BC.

Preparatione.

post. 2.	Si prolunghi BA in D.
prop. 3.	Si tagli AD eguale ad AC, †
post. 1.	Si conduca CD.

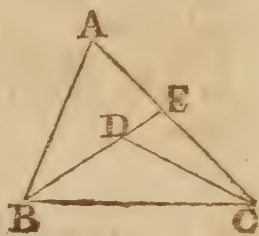
Dimostratione.

ass. 9.	L'angolo BCD è maggiore dell' angolo ACD.
prop 5. *a*	Nell' Isoscele ACD l'angolo ACD è vguale all'angolo D.
aß. 1 *ß*	L'angolo BCD è maggiore dell'angolo D.
prop. 19	Il lato BD è maggiore del lato BC.
†	Le rette AC, AD sono eguali.
aß. 2. *a.*	Aggiungendo BA, commune; BAC, BD sono eguali.
aß. 1. *ß*	Dunque due lati BAC sono maggiori del rimanente BC.

Teo-

Teor. 14. Prop. 21.

SOurapoſti sù la baſe medeſima due triangoli; α i lati dell'interno ſono minori de i lati dell'eſterno, β ma contengono ang. maggiore.

I triangoli ſourapoſti ſono ABC, DBC.
La baſe commune BC.
Dico, che i lati BDC ſono minori de i lati BAC
E che l'angolo BDC è maggiore del angolo A.

Preparatione.

poſt.2.	Si prolunghi BD ſino ad AC in E.

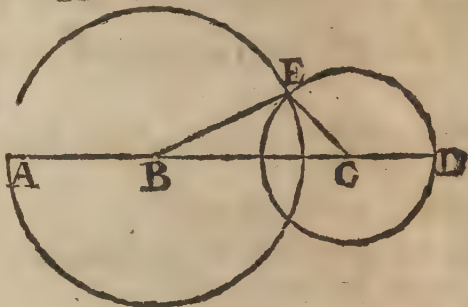
Dimoſtratione.

prop.20	Il lato DC è minore de i lati DEC
	Aggiungendo BD commune.
aſſ.4.a	I lati BDC ſono minori de i lati BEC. †
†	Parimente i lati BEC ſi prouaranno minori de i lati BAC,
aſſ.1.a	Dunque i lati BDC ſono minori de i lati BAC.
prop.16	L'angolo BDC è maggiore dell'ang. BEC.
prop.16	L'angolo BEC è maggiore dell'angolo A.
aſſ.1.δ	Dunque l'angolo BDC è maggiore dell' angolo A.

Pro-

Probl. 8. Prop. 22.

DAte tre linee rette terminate, cōporle in vn triangolo; ma bisogna, che prese due di loro siano sempre maggiori della rimanente.

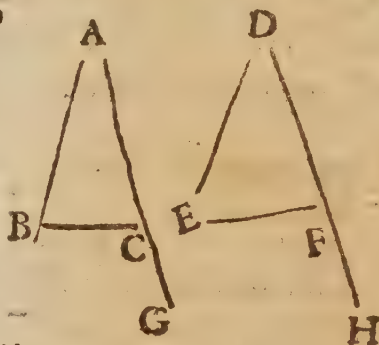
Date tre linee rette AB, BC, CD. Bisogna comporre il triangolo EBC contenuto dalle date linee.

Operatione.

post. 3.	Dal centro B per A si conduca la circonferenza AE.
post. 3.	Dal centro C per D si conduca la circonferenza DE.
post. 1.	Si conducano le rette BEC.
	Dico che BEC è il triangolo contenuto dalle date linee.
	Dimostratione.
def. 15.	I raggi BA, BE sono eguali.
def. 15.	I raggi CD, CE sono eguali:
	Dunque il triangolo EBC è contenuto dalle date linee.
ass. 16.	E bisogna, che due delle tre linee date, siano sempre maggiori della rimanente; altrimenti si farà il triang. EBC, nel quale due lati non saranno maggior del rimanente, contro la prop. 20.

Pro-

Probl. 9. Prop. 23.

Dati vn angolo rettilineo, vna retta, e vn punto nella medesima; fare soura la retta, e nel punto vn'altr' angolo eguale.

Dato l' angolo rettilineo A.
Data la retta DH,
Dato il punto D.
Bisogna fare l'angolo D eguale all' angolo A.

Operatione.

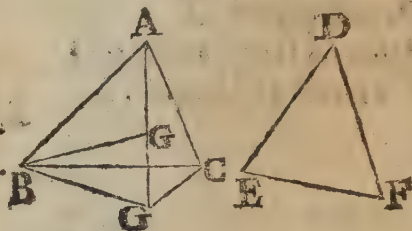
post.4.	Nelle rette, che s'inchinano all'angolo A si prendano due punti B, C.
post.1.	Si conduca la retta BC.
prop.22	Le linee del triangolo ABC si compongano in vn altro triangolo DEF,
	Si che riescano. { i lati AC, DF / i lati AB, DE / le basi BC, EF } eguali. †
	Dico, che gli angoli A, D sono eguali.

Dimostratione.

prop.20	L'operatione può farsi, perche due qualsiuoglia lati del triangolo ABC sono maggiori del rimanente.
† *pr. 8.*	Dunque gli angoli A, D, sono eguali.

Teor. 15. Prop. 24.

QVando in due triangoli attorno à due angoli diseguali sono i lati eguali le basi sono diseguali; & è maggiore la base opposta all' angolo maggiore.

I due triangoli sono ABC, DEF.
L'angolo BAC è maggiore dell' angolo D.

I lati AB, DE) sono eguali. †
I lati AC, DF)
Dico, che la base BC è maggiore della base EF.

Preparatione.

prop.23 | All' angolo D si faccia eguale l'angolo BAG. †
prop 3. | Si tagli AG eguale à DF, ouero ad AC. †
post. 2. | Si conduca BG.

Dimostratione.

prop.21 | Se il triang. AGB casca dentro al triangolo ACB, i lati ACB sono maggiori de i lati AGB;
ass.3. | Leuando AC, AG eguali; BC resta maggiore di BG.

Pre-

Preparatione.

post.1. Se il triangolo AGB non casca dentro al triangolo ACB, si conduca GC.

Dimostratione.

ass. 9. L'angolo BGC è maggiore dell'angolo AGC.

prop.5.a Nell'Isoscele ACG l'ang. AGC è vguale all'angolo ACG.

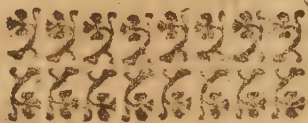
ass. 9. L'angolo ACG è maggiore dell' angolo BCG

ass.1.β L'angolo BGC è maggiore dell'angolo BCG;

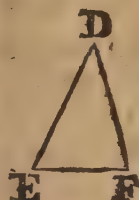
prop.18. Nel triangolo BGC la base BC è maggiore della base BG.

† I lati, e l'angolo BAG sono eguali à i lati, & all'angolo EDF;

prop.4.a La base BG è vguale alla base EF.

ass.1.β Dunque la base BC è maggiore della base EF.

Teor. 16. Prop. 25.

QVando in due triangoli ſoura baſi diſeguali ſono i lati eguali gli angoli compreſi da i lati ſono diſeguali è maggiore l'angolo oppoſto alla baſe maggiore.

I due triangoli ſono ABC, DEF.
La baſe BC è maggiore della baſe EF.
I lati AB, DE) ſono egua-
I lati AC, DF) li. †
Dico, che l'angolo A è maggiore dell'angolo D.

Inſtanza Prima.

Nõ è l'angolo A maggiore, ma eguale all'angolo D.

Riſpoſta.

† *prop. 4a* | La baſe BC ſarà eguale alla baſe EF. contro la ſuppoſitione.

Inſtanza Seconda.

Non è l'angolo A maggiore, ma minore dell'angolo D.

Riſpoſta.

† *prop. 24* | La baſe BC ſarà minore della baſe EF. contro la ſuppoſitione.
aſſ. 16. | Dunque l'angolo A è maggiore dell'angolo D.

Teor-

Teor. 17. Prop. 26.

SE in due triangoli due angoli sono eguali à due angoli ad vno ad vno, ę le basi, che sono trà gli angoli eguali, ouero che sono opposte à gli angoli eguali, sono eguali a gli angoli rimanenti sono eguali; & e gli altri lati sono eguali ad vno ad vno, che si oppongono à gli angoli eguali.

Ne i triangoli ABC, DEF. { gli angoli A, D; gli angoli C, F; le basi A C, DF } sono eguali.

Dico, che gli angoli B E
Et che i lati A B, D E } sono eguali.
Et i lati C B, F E

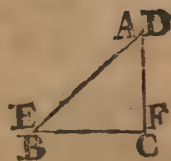
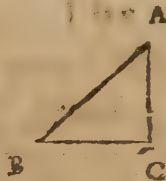
Preparatione.

post. 6. | Si sourapongono (le basi eguali AC, DF; i triangoli ABC, DEF

Dimostratione.

as. 16. | Si adattano i triang. ABC, DEF; altrimenti gli angoli A. D, e gli ang. C, F saranno diseguali contro la suppositione.

as. 14. g | Si adattano { i lati A B, D E; i lati C B, E F; gli angoli B, E

as. 8. | Dunque { gli angoli B, E; i lati A B, D E; i lati C B, E F } sono eguali.

Ne i triangoli ABC, DEF. { gli angoli A, D / gli angoli B, E / le basi AC, DF } sono eguali.

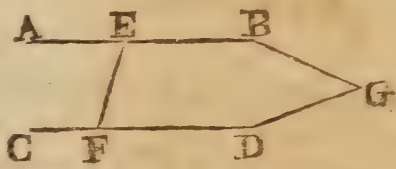
Dico, che gli angoli, C, F / Et che i lati A B, D E / Et i lati B C, E F. } sono eguali.

Preparatione.

post. 6. | Si souraspongano { le basi eguali AC, DE, / gli angoli eguali A, D.

Dimostratione.

ass. 16. | Si adattano i triang. ABC, DEF, altrimenti de i due triang. sourapostì saranno gli ang. B, E vno interno, e l'altro esterno;

pr. 21. β | E saranno gli angoli B, E disegualí, contro la suppositione.

aß. 14. β | Si adattano { gli angoli, C F / i lati A B, D E / i lati B C, E F

ass. 9.
ass. 8. | Dunque { gli angoli C, E / i lati AB, DE / i lati BC, EF } sono eguali;

Teor.

Teor. 18. Prop. 27.

SE soura due rette cascando vn'altra fà gli angoli alterni eguali; sono quelle due frà di loro parallele.

Soura due AB, CD casca E F.
Gli ãgoli alterni AEF, EFD sono eguali.
Dico, che AB è parallela à CD.

Instanza.

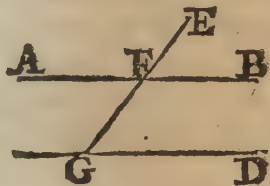
Non è A B parallela à C D, mà concorrente nel punto G.

Risposta.

def. 20.	La Figura E F G sarà triangolo;
prop. 16.	L' angolo esterno A E F sarà maggiore dell'interno opposto E F D; contro la suppositione.
as, 16.	Dunque A B è parallela à C D.

Teor. 19. Prop. 28.

SE soura due rette cascando vn'altra; fà l'angolo esterno eguale all'interno opposto dalla medesima banda; ouero se fà gli angoli interni eguali, à due retti, sono quelle due frà di loro parallele.

Soura le due A B, GD casca EG.
Se l'ang. esterno EFB è vguale all'interno opposto dalla medesima banda EGD. †
Ouero se gli angoli interni BFG, FGD sono eguali à due retti. ℞.
Dico, che AB, GD sono parallele.

Dimostratione Prima.

prop.15.	Gli angoli alla cima AFB, EFB) sono egu.
†	Gli angoli EFG, EGD
ass. 1.	Gli angoli alterni AFG, EGD sono eguali.
prop.27.	Dunque A B, G D sono parallele.

Dimostratione Seconda.

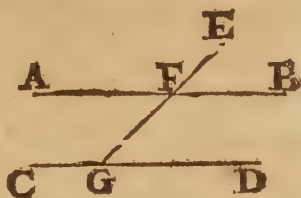
prop.13.	Gli angoli AFG. BFG) sono eguali a due retti;
℞	Gli angoli BFG, FGD)
ass. 1.	Gli angoli AFG, BFG sono eguali à gli angoli BFG, FGD;
ass. 3.	Leuando l'angolo BFG commune restano gli angoli alterni AFG, FGD eguali.
prop.27.	Dunque A B, G D sono parallele.

Teor.

Teor. 20. Prop. 29.

Soura due parallele cascando vna retta; α fà gli angoli alterni eguali; β l'esterno eguale all'interno opposto dalla medesima banda; γ e gl'interni eguali à due retti.

Le Parallele sono AB, CD
Soura AB, CD casca EG.
Dico, che gl'angoli alterni BFG, FGC sono eguali.
Che l'angolo esterno EFB è vguale all'interno opposto dalla medesima banda FGD.

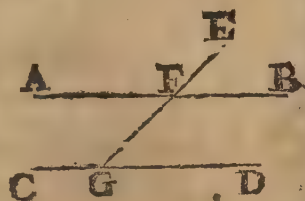
Che gli angoli interni BFG, FGD sono eguali à due retti.

Instanza.

L'angolo BFG, non è vguale all'angolo FGC, ma ad vn'altro alterno v. g. FGH.

Risposta.

prop.27.	Saranno AB, GH parallele.
ass. 15.	Non saranno AB, CD parallele; contro la suppositione.
ass. 16.	Dunque gli angoli alterni BFG, FGC sono eguali.
prop.15.	Gli ang alla cima EFB, AFG son eguali.
ass. 1.	Dunque l'angolo esterno EFB è vguale all'interno opposto dalla medesima banda EGD.

Age-

ass. 2. | Aggiungẽdo l'angolo BFG commune; gli angoli EFB, BFG sono eguali à gli ang. BFG, FGD.

*prop.*13. | Gli angoli EFB, BFG sono eguali à due retti.

ass. 1. | Dunque gli angoli interni BFG, FGD sono eguali à due retti.

Corollario.

E' manifesto da questa propositione; che se vn'angolo del parallelogrammo è retto, tutti gli altri angoli sono retti.

Nel parallelogrammo A l'angolo B è retto. †

Dimostratione.

def. 35. | I lati BD, CE / I lati BC, DE } sono paralleli;

*pr.*29. γ | Gli angoli B, D / Gli angoli B, C / Gli angoli C, E } sono eguali à due rette

† | L'angolo B è retto.

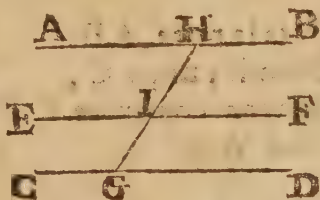
*ass.*3. *a* | Dunque gli altri angoli D, C, E sono retti.

Teor.

Teor. 21. Prop. 30.

SE due rette sono parallele alla medesima; sono ancora frà di loro parallele.

Le rettte AB, EF) sono parallele.
Le rette CD, EF) parallele.
Dico che AB; CD sono parallele.

A H B
E I F
C G D

Preparatione.

post. 4.	Nelle estreme AB, CD s'eleggano i punti H, G.
post. 1.	Si conduca la retta HG, che tagli EF in I.

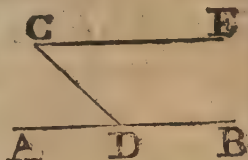
Dimostratione.

*pr.*29. *a*	Gli angoli alterni AHI, HIF sono eguali.
*prop.*29 *b.*	L'ang. esterno HIF è vguale all'interno opposto dalla medesima banda IGD.
*ass.*1.	Gli angoli alterni AHI IGD sono eguali.
*prop.*27	Dunque AB, CD sono parallele.

Pro-

Probl. 10. Prop. 31.

D*Ata vna linea retta, e vn punto fuori di essa; condurre per il punto vna paralella.*

Data la retta AB.
Dato il punto C.
Bisogna condurre CE parallela ad AB.

Operatione.

post. 4.	In AB si pigli vn punto D.
post. 1.	Si conduca CD.
prop. 23.	All'angolo CDA si faccia eguale l'angolo DCE. †
	Dico che CE, AB sono parallele.

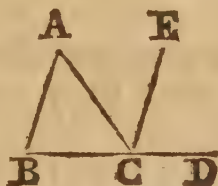
Dimostratione.

†	Gli angoli alterni ECD, CDA si sono fatti eguali.
prop. 27.	Dunque CE, AB sono parallele.

Teo-

Teor. 22. Prop. 32.

PRolongandosi vn lato del triangolo; α l'angolo esterno è vguale alli due interni opposti; β e tutti tre gli angoli interni del triangolo sono eguali à due retti.

Il triangolo è ABC.
Il lato prolongato è BCD.
Dico, che l'angolo esterno ACD è vguale à gli angoli interni opposti A, B:
Et che gli angoli interni A, B, C, sono eguali à due retti.

Preparatione.

*prop.*31	Si conduca CE parallela ad AB.

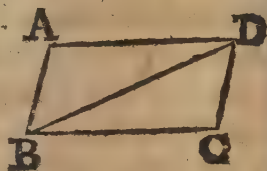
Dimostratione.

*prop.*29 *α.*	L'angolo ACE è vguale all'angolo A, che gli è alterno.
*prop.*29 *β.*	L'ang esterno ECD è vguale all'angolo interno opposto dalla medesima banda B.
*ass.*2.	Dunque l'angolo ACD, è vguale, à gli angoli A, B:
*ass.*2.	Preso l'angolo ACB commune, gli angoli ACD, ACB sono eguali à gli angoli A, B, C,
*prop.*13	Gli angoli ACD, ACB sono eguali à due retti.
*ass.*1.	Dunque gli angoli A, B, C, sono eguali à due retti.

Teo-

Teor. 23. Prop. 33.

LE rette, che congiungono le vguali, e parallele dalle medesime bandeα sono eguali β e parallele.

Le rette vguali e parallele sono AD, BC †
Le rette che le congiungono dalle medesime bande sono AB, DC.
Dico che AB, DC sono eguali.
E che le medesime AB, DC sono parallele.

Preparatione.

post. 1.	Si conduca BD.
	Dimostratione:
†	I triangol ADB, CBD, oltre il lato BD commune, hanno i lati DA, BC) eguali:
pr. 29. *a*	e gli angoli alterni ADB:CBD)
prop. 4. *a*	Dunque le basi AB, CD sono eguali.
prop. 4 *γ*	E gli ang. ABD, CDB alterni sono eguali:
prop. 27.	Dunque AB, DE sono parallele.

Teo-

Teor. 24. Prop. 34.

I Parallelogrammi α hanno gli angoli, β e i lati opposti eguali; γ e sono diuisi dal diametro in triangoli eguali.

Il parallelogrammo è AC
Il diametro è B D.
Dico, che i lati AD, BC
e i lati AB, DC
Che gli angoli A, C,
gli angoli ABC, ADC
Et che i triangoli ABD, CDB.
} sono eguali.

Dimostratione.

	I triangoli ABD, CDB soura la base BD commune, hanno gli angoli alterni DBA, BDC e gli ang. alterni BDA, DBC } eguali:
pr.29.a	
prop.26	Dunque { i lati AD, BC; i lati AB, DC; gl'ang. A, C } sono eguali:
pr. 4. β	Dunque i triang. ABC, ADC sono eguali.
ass.2.	Dunque gli ang. ABC, ADC sono eguali.

Corollario.

Da questa propositione è manifesto, che se due lati attorno vn'angolo del parallelogrammo sono eguali, tutti i lati sono eguali.

Teo-

Teor. 25. Prop. 35.

I Parallelogrammi, che sono soura la medesima base, e trà le medesime parallele sono eguali.

Le parallele sono AC, CD.
I parallelogrammi AC-DE, CDBF.
La base commune CD
Dico che i parallelogrami AD FD sono eguali.

Dimostratione.

pr. 34 β	I lati opposti AE, CD) sono eguali,
pr. 34. β	I lati opposti CD, FB)
aβ. 1.	Le linee AE, FB sono eguali;
aβ 2. ouero 3.	Aggiungendo ò leuando EF commune, i lati AF, EB sono eguali.
	I triangoli ACF, EDB, oltre questi, hanno
pr. 34 β	gl'altri lati AC, ED) eguali;
pr. 34. β	& i lati CF, DB)
prop 8.	Gli angoli ACF, EDB sono eguali;
pr. 4. β	I triangoli ACF, EDB sono eguali;
aβ. 2. & 3.	Dunque aggiungendo il triangolo CGD, e leuando il triangolo FEG commune, i rimanenti parallelogrammi AD, FD sono eguali.

Teo-

Teor. 26. Prop. 36.

I Parallelogrammi, che ſono ſoura baſi eguali, e trà le medeſime parallele; ſono eguali.

Le parallele ſono A B. C D.
I parallelogrammi I, K.
Le baſi eguali CE, FD. †
Dico, che i parallelogrammi I, K ſono eguali;

Preparatione.

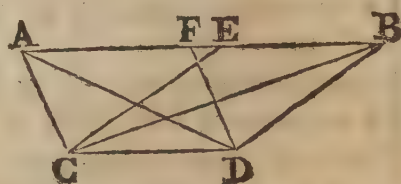
poſt. 1.	Si conducano le rette C G, E B.

Dimoſtratione.

†	Le baſi C E, F D ſono eguali.
pr. 34 β	I lati oppoſti F D, G B ſono eguali;
aſſ. 1.	Le rette C E, G B ſono eguali.
	Le rette C E, G B ſono parallele;
prop. 33	Le rette CG, E B ſono eguali; e parallele;
def. 35.	La figura G E è parallelogrammo.
prop. 35	I parallelogrammi I, G E ſono eguali.
prop. 35	I parallelogrammi G E, K ſono eguali.
aſſ. 1.	Dunque i parallelogrammi I, K ſono eguali.

Teor. 27. Prop. 37.

I Triangoli soura la medesima base, e tra le medesime parallele sono eguali.

Le parallele sono A B, C D.
I triangoli ACD, BCD.
La base commune CD.

Preparatione,

prop.31	Si conduca C E parallela à D B.
prop.31	Si conduca D F parallela à C A.

Dimostratione.

prop.35	I parallelogrammi AD, ED sono eguali.
pr.34.γ	Il triangolo A C D è la metà del parallelogrammo A D.
pr.34.γ	Il triangolo B C D è la metà del parallelogrammo E D
aß. 7.	Dunque i triangoli A C D, B C D sono eguali.

Teor. 28. Prop. 38.

I Triangoli, che ſono ſoura baſi eguali, e tra le medeſime parallele; ſono eguali.

Le parallele ſono A B, C D.
I triangoli A C E, B F D.
Le baſi eguali C E, F D †
Dico, che i triangoli A C E. B F D ſono eguali,

Preparatione.

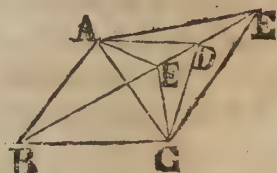
prop. 31.	Si conduca C G parallela à F B.
poſt. 1.	Si conduca G E.

Dimoſtratione.

def 35	La figura G F è parallelogrammo;
pr. 34. *β*	I lati oppoſti F B, C G ſono eguali.
†	I triangoli B F D, G C E hanno ancora i lati F D, C E eguali,
pr. 29. *β*	E gli angoli compreſi BFD, GCE eguali;
pr. 4. *β*	I triangoli B F D, G C E ſono eguali.
prop. 37.	I triangoli A C E, G C E ſono eguali.
aſſ. 1.	Dunque i triangoli A C E, B F D ſono eguali,

Teor. 29. Prop. 39.

SE due triangoli eguali hanno commune la base, e stanno sourapposti; sono trà le medesime parallele.

I triangoli eguali sono ABC, DBC. †
La base commune è BC.
La linea AD è retta.
Dico, che AD, BC sono parallele.

Instanza.

Non è AD parallela à BC, ma AE.

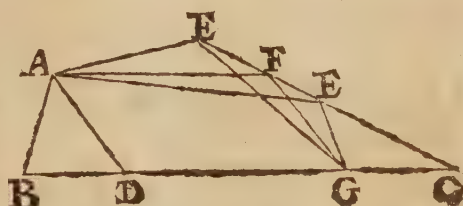
Risposta, e Preparatione.

post. 1.	Si condurrà la retta CE.
	Dimostratione.
†	I triangoli DBC, ABC sono eguali:
prop. 37	I triangoli ABC, EBC saranno eguali;
ass. 1.	I triangoli DBC, EBC saranno eguali; contro l'ass. 8.
ass. 16.	Dunque AD, BC sono parallele.

Teor.

Teor. 30. Prop. 40.

SE due triangoli eguali sono soura basi eguali, e dalle medesime bande; sono trà le medesime parallele.

I triangoli eguali sono ABD, FGC. †
Le basi eguali sono BD, GC.
La linea AF è retta.
Dico, che AF, BC sono parallele.

Instanza.

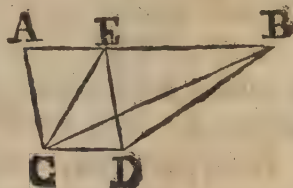
Non è AF parallela à BC, ma AE.

Risposta, e Preparatione.

post. 1.	Si condurrà la retta GE.
	Dimostratione.
†	I triangoli FGC, ABD sono eguali.
prop. 38	I triangoli ABD, EGC saranno eguali.
ass. 1.	I triangoli FGC, EGC saranno eguali contro l'ass. 8.
ass. 16.	Dunque AF, BC sono parallele.

Teor. 31. Prop. 41.

SE il parallelogrammo, e il triangolo hanno le base medesime, e sono trà le medesime parallele; il parallelogrammo è doppio del triangolo.

Le parallele sono A B, CD.
Il triangolo è B C D.
Il parallelogrammo è A D.
La base commune è C D.
Dico che il parallelogrammo A D è doppio del triangolo B C D.

Preparatione.

post.1.	Si conduca il diametro C E.

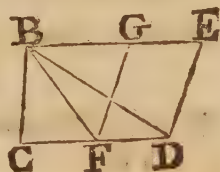
Dimostratione.

pr.34.γ	Il parallelogrammo A D è doppio del triangolo E C D.
prop.37	I triangoli E C D, B C D sono eguali.
ass.6.	Dunque il parallelogrammo A D, è doppio del triangolo B D.

Probl.

Probl. 11. Prop. 42.

DAti vn triangolo, & vn'angolo; fare nell' angolo vn parallelogrammo eguale al triangolo.

Dato il triangolo BCD
Dato l'angolo CDE
Bisogna fare il parallelogrammo GD eguale al triangolo BCD.

Operatione.

prop.10	Si comparta CD in due eguali CF, FD.
prop.31	Si conduca BE parallela à CD.
prop.31	Si conduca FG parallela à DE.
	Dico, che il parallelogrammo GD è vguale al triangolo BCD.

Preparatione.

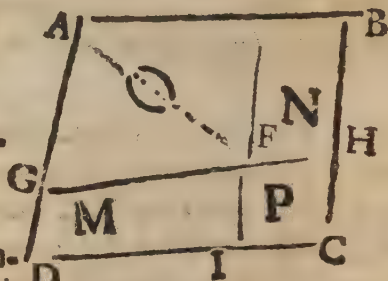
post. 1.	Si conduca BF.

Dimostratione.

prop.41	Il parallelogrammo GD è doppio del triangolo BFD.
prop.38	Il triangolo DFB è vguale al triang. BCF;
ass. 11.	Il triangolo BCD è doppio del triangolo BFD.
ass. 6.	Dunque il parallelogrammo GD è vguale al triangolo BCD.

Teor. 32. Prop. 43.

F*Acendosi attorno al diametro d' vn parallelogrammo due altri parallelogrammi, i compimenti, che rimangono soura, e sotto il diametro, sono eguali.*

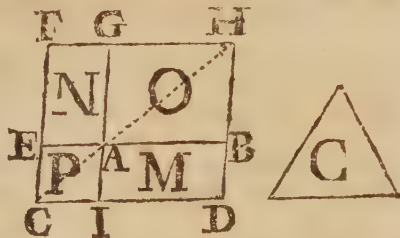
Il parallelogrammo è DB
Il diametro AC
I parallelogrammi attorno al diametro sono O, P.
Dico, che i compimenti M, N sono eguali.

Dimostratione.

pr.34. y	I triangoli ABC, ADC sono eguali.
pr.34. y	Leuando i triangoli AGF, AEF eguali.
pr.34. y	Leuando i triangoli FIC, FHC eguali:
ass. 3.	Dunque i compimenti M; N sono eguali.

Pro-

Probl. 12. Prop. 44.

DAta vna linea retta, vn angolo, e vn triangolo; applicare alla retta, e nell' angolo vn parallelogrammo eguale al triangolo.

Data la retta A B.
Dato l'angolo B A I.
Dato il triangolo C.
Bisogna fare il parallelogrammo M eguale al triangolo C.

Operatione.

post. 2.	Si prolunghino B A E, I A G.
prop. 42	Si faccia il parallelogtammo N eguale al triangolo C nell'angolo E A G. †
post. 2.	Si prolunghino F G H, F E L.
prop. 31	Si cõduca per B la DBH parallele à GHI.
post. 1.	Si conduca H A L.
post. 2.	Si prolunghi F E L.
prop. 11	Si conduca per L la LID parallela à B A E.
	Dico, che il parallelogrammo M è vguale al triangolo C.

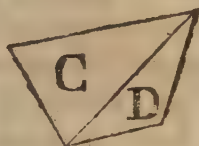
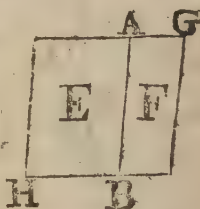
Dimostratione.

†*pr.* 30.	Sono parallele D B G, I A G, L E F.
†*pr.* 30.	Sono parallele L I D, E A B, F G H.
def. 35. e 35.	Le figure FD, O, P sono parallelogrammi attorno al commune diametro LH;
prop. 43	I compimenti M, N sono eguali.
†	Le figure N, C sono eguali.
ass. 1.	Dunque il parallelogrammo M è vguale al triangolo C.

Pro-

Probl. 13. prop. 45.

DAta vna linea retta, vn'angolo, e vna figura rettilinea; applicare alla retta e nell' angolo vn parallelogrammo eguale alla figura.

Data la retta AB.
Dato l' angolo BAG.
Data la figura CD.
Bisogna fare il parallelogrammo EF eguale alla figura CD.

Operatione.

prop. 31 | si conduca BH parallela ad AG.
post. 1. | Si conducano à gli angoli della figura CD. le linee rette, per le quali resti compartita ne i triangoli C, D.
prop. 44 | Alla AB nell'ang. ABG si applichi il parallelogrammo E vguale al triang. C. †
prop 44 | Alla AB nell'ang. BAG si applichi il parallelogrammo F eguale al triang. D. †
Dico, che il parallelogrammo EF è vguale alla figura CD.

Dimostratione.

† | Le figure E. C } si sono fatte eguali:
† | Le figure F, D }
ass. 2. | Dunque il parallelogrammo EF è vguale alla figura CD.

Pro-

Probl. 14. Prop. 46.

DAta vna linea retta; fare soura di quella vn quadrato.

D C

Data la linea retta AB.
Bisogna fare il quadrato E

E

Operatione. A B F

prop.11 | Si alzi AD perpendicolare ed eguale ad
c.3. | AB. †
prop.31 | Si conducano BC, DC parallele à DA, AB.
| Dico, che E è quadrato.

Dimostratione.

def.35. | La figura E è parallelogrammo.
† | I lati AD, AB sono eguali;
c.pr.34. | Tutti i lati di E sono eguali.
† | L'angolo A è retto.
c.pr.29. | Tutti gli angoli di E sono retti.
def.29. | Dunque E è quadrato.

Corollarij.

1 E' manifesto, che sono eguali i quadrati, che si fanno da i lati eguali.

Poiche, adattandosi le basi eguali, gli angoli retti, e gli altri lati eguali: si adattano ancora i quadrati.

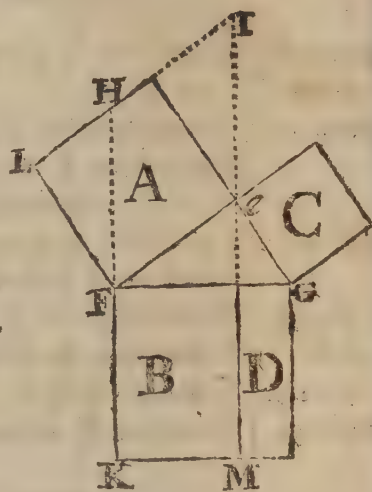
2 E' manifesto ancora, che sono eguali i lati de i quadrati eguali.

Poiche, adattandosi gli angoli retti; stanno soura posti i lati concorrenti, e s'adattano; altrimenti saranno i quadrati diseguali, contro la suppositione.

Teor.

Teor. 33. Prop. 47.

NE i triangoli rettangoli, il quadrato dell'Ipotenusa è vguale à i quadrati de gli altri lati.

Il triangolo FEG è rettangolo
L'Ipotenusa è FG.
Il quadrato di FG è composto delle figure B D.
I quadrati di FE, EG sono A C.
Dico, che il quadrato B D è vguale à quadrati A, C.

Preparatione.

post. 1. a | Si prolunghino KH, LI.
prop. 31 | Si conduca per E la IEM parallela à KF.

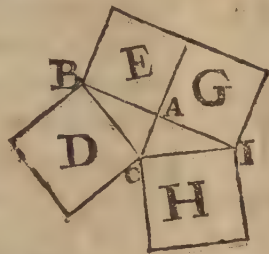
Dimostratione.

aß.12.	Gli angoli retti LFE, HFG sono eguali.
aß.3.	Leuando l'angolo HFE commune, gli angoli rimanenti LFH, e FG sono eguali.
aſſ. 12. *def. 29.*	Oltre questi ne i triangoli LFH, EFG, gli angoli retti L. FEG. & le basi LF, EF suno eguali;
pr.26.ß	I lati FH, FG sono eguali.
def.29.	I lati FG, FK sono eguali;
aſſ. 1.	Le basi FG, FK sono eguali;
prop.36 *prop.35*	I parallelogrammi FI, B } sono eguali; I parallelogrammi FI, A } sono eguali;
aſſ. 1.	I parallelogrammi B, A sono eguali †
†.	Parimemte i parallelogrammi DC, sono eguali.
aſſ.2.	Dunque il quadrato BD è vguale à i quadrati A, C.

Teor.

Teor. 34. Prop. 48.

SE vn lato del triangolo hà il quadrato eguale à i quadrati de gli altri lati; è opposto all'angolo retto.

Il triangolo è A B C.
Il quadrato di BC è D.
I quadrati di AB, AC sono E, F.
Il quadrato D è vguale à i quadrati E F †
Dico, che l'ang. BAC è retto.

Preparatione.

prop. 11	Si alzi A perpendicolare à CA & eguale à B A.
c. 3.	
post. 1.	Si conduca C I,
prop. 46	Soura AI. CI si facciano i quadrati G, H.

Dimostratione.

†	Il quadrato D è vguale à i quadrati E, F,
c. pr. 46	I quadrati E, G sono eguali;
ass 2.	Il quadrato D è vguale à i quadrati E F.
prop 47	Per l'angolo retto CAI, il quadrato H è vguale à i quadrati G, F,
ass. 1.	I quadrati D, H sono eguali.
cor. 2.	I triangoli A B C, AIC oltre il lato AC commune, hanno i lati BC, CI) eguali;
pr 46.	& i lati A B. A I.
℞	
prop. 8.	Gli angoli C A I. C A B sono eguali.
℞	L'angolo C A I è retto
ass. 1.	Dunque l'angolo B A C è retto.

LI-

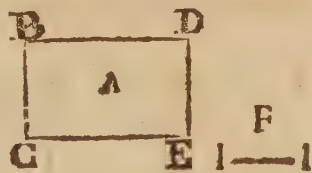
LIBRO SECONDO

De gli Elementi d' Euclide.

DEFINITIONE VNICA.

Rettangolo di due linee si dice, vn parallelogrammo rettangolo; nel quale le due linee, nominate, ouero quelle, che gli sono eguali, stanno attorno all'angolo retto.

Le due linee sono BC, F.
Si alza CD perpendicolare à BC.
Si taglia CD eguale ad F.
Per D si conduce DF parallela à CB.
Per B si conduce BE parallela à CD.
Si concepisce il parallelogrammo rettangolo A sotto nome del rettangolo BC, F.

B D A C E F

Corrollario.

Per questa definitione è manifesto, che i triangoli di linee vguali sono eguali.

Le due BC, IG) sono eguali
Le due CD, GH)

F G H

Dunque i rettangoli A, IGH sono eguali.

Al-

Assioma Vnico.

L'Vguaglianza, che trà più cose consiste, 'si conserua la medesima, benche tutte, ouero alcune si mutino nelle sue eguali.

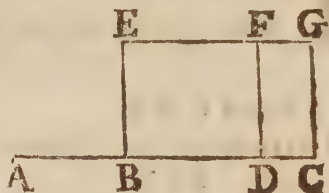
A, B, C sono eguali à D, E;
A, B sono eguali ad F;
C è vguale à G;
D, E sono eguali ad H, I, K.
Dunque F, G sono eguali ad H, I, K.

A B	C	D	E
F	G	H I	K

Teor

Teor. 1. Prop. 1.

I Rettangoli d'vna linea, e di tutte le parti di vn altra, sono eguali al rettangolo dell' vna, e l'altra.

Le due linee sono AB, BC.
Tutte le parti di BC sono BD, DC.
Dico, che i rettangoli ABD, AB. DC sono eguali al rettangolo ABC.

Preparatione.

pr. 11. 1	Si alzi BE perpendicolare à BC.
pr. 3. 1	Si tagli BE eguale ad BA.
pr. 31. 1	Si conducano CG, DF parallela à BE.
pr. 31. 1	Si conduca EG parallele à BC.

Dimostratione.

d. 35. 1.	Le figure ED, FC, EC sono parallelogrãmo
c. pr. 29	I parallelogr. ED, FC, EC sono rettangoli.
as. 11. 1.	I rettangoli ED, FC, sono eguali al rettangolo EC. †
	Il rettangolo ED diceſi il rettang. ABD
def. vn.	E perche, DF, FC, EC sono eguali,
pr. 34. 1	il rettangolo FC diceſi il rettãg. AB. CD.
def. vn.	Il rettangolo EC diceſi il rettangolo ABC.
def. vn.	Dunque i rettangoli ABD, AB. DC sono
aſſ. vn. †	eguali al rettangolo ABC.

$$\frac{BD,\quad FC}{ABD,\quad AB.DC} \;\Big|\; \frac{EC.}{ABC.}$$

Teor. 2. Prop. 2.

I *Rettangoli d'vna linea, e di tutte le ſue parti ſono eguali al ſuo quadrato.*

La linea è A B
Tutte le ſue parti ſono A C, B C.
Dico, che i rettangoli B A C, ABC ſono eguali al quadrato di A B.

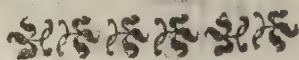
A |———————| B

A |————|———| B
C

Preparatione.

poſt. 5. | Si ripigli la medeſima linea A B, A B.

Dimoſtratione.

pr. 1. 2. | I rettangoli B A C, A B C ſono eguali al rettangolo A B A †
c.d.vn. | Il rettangolo A B A è il quadrato di A B.
aſſ.vn. † | Dunque i rettangoli B A C, A B C ſono eguali al quadrato di A B.

Teor. 3. Prop. 3.

Diuisa vna linea in due parti, il rettangolo di tutta, e d'vna parte eletta, è vguale al rettangolo dalle parti, con il quadrato della medesima parte eletta.

La linea A B è diuisa in due parti A C, C B.
A C è la parte eletta.
Dico, che il rettangolo BAC è vguale al rettangolo BCA, con il quadrato di A C.

A C
A C B

Preparatione.

post.5. | Si ripigli la medesima parte eletta AC, CA.

Dimostratione.

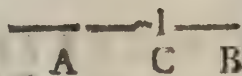
pr.1.2. | Il rettangolo BAC è vguale à i rettangoli BCA, ACA.
c.d,vn. | Il rettangolo BAC è il quadrato di A C.
ass.vn. | Dunque il rettangolo BAC è vguale al rettangolo BCA, con il quadrato di A C.

DAB	DA, CB, DAC.
BAC	BCA, quad. AC.

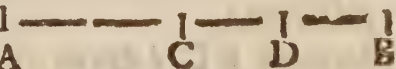
Teor. 4. Prop. 4.

Diuisa vna linea in due parti; il quadrato di tutta è vguale à due rettangoli delle parti, con i quadrati delle parti.

La linea AB è diuisa in due parti AC, CB.

A C B

Dico, che il quadrato di AB è vguale à due rettangoli ACB, con i quadrati di AC, CB.

Dimostratione.

pr. 2. 2.	Il quadrato di AB è vguale à i rettangoli BAC, ACB
pr. 3. 2.	Il rettangolo BAC è vguale al rettangolo BCA, con il quadrato di AC
pr. 3. 2	Il rettangolo ABC è vguale al rettangolo BCA, con il quadrato CB
ass. vn.	Dunque il quadrato di AB è vguale à due rettang. BCA con i quadrati di AC, CB.

	BAC,	ACB
quad. AB		
quad. AB	BCA, quad, AC:	BCA, quad. CB

Teo-

Teor. 5. Prop. 5.

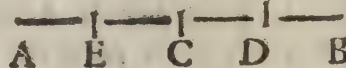
Diuiso vna linea in parti eguali, & in parti diseguali; il rettangolo delle parti diseguali, con il quadrato della portione, che è trà i segmenti, è vguale al quadrato della metà.

La linea A B è diuisa in parti eguali AC. CB; & in parti diseguali AD, DB.

A ——— C ——— D ——— B

Dico, che il rettangolo ADB, con il quadrato CD è vguale al quadrato di C B.

Dimostratione.

pr.2. 2.	I rettangoli CBD, BCD sono eguali al quadrato di CB.
c.d.vn.	I rettangoli CBD, AC sono eguali.
pr.3.2.	Il rettangolo BCD è vguale al rettangolo CDB con il quadrato di CD.
ass.vn.	I rettangoli AC DB, CDB, cō il quadrato di CD sono eguali al quadrato di CB.
pr.1.2.	I rettangoli AC, DB, CDB sono eguali al rettangolo ADB.
ass.vn.	Dunque il rettangolo ADB con il quadrato di CD è vguale al quadrato di CB.

CBD, BCD	quad. BC.
AC, DB, CDB, quad CD	
ADB, quad. CD	quad. BC.

Teor. 6. Prop. 6.

Diuisa vna linea retta in parti eguali, ed aggiuntale vn'altra; il rettangolo di tutta con l'aggiunta, & dell' aggiunta insieme col quadrato della metà sono eguali al quadrato, che si fà dalla metà, e dall'aggiunta, come da vna sola linea.

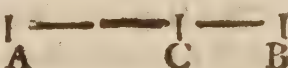
La linea EC è diuisa in parti eguali EC, CD

A E C D B

L'aggiunta è DB.

Dico, che il rettangolo EBD, con il quadrato CD è vguale al quadrato CB.

Preparatione.

post.3.	Si prolunghi BE in A.
pr.3.1.	Si tagli EA eguale à DB †
	Dimostratione.
as.2.1.†	CA, CB sono eguali.
	La linea AB è diuisa in parti eguali AC, CB, & in parti diseguali AD, DB,
pr.5.2.	Il rettangolo ADB con il quadrato di CD sono eguali al quadrato di CB ℞
as.2.1.†	AD, EB sono eguali.
c.d.vn.	I rettangoli ADB, EBD sono eguali.
as.vn.	Dunque il rettangolo EBD con il quadrato di CD sono eguali al quadrato di CB.
℞	

ADB	quad. CD	quad. CB.
EBD	quad. CD	quad. CB.

Teor.

Teor. 7. Prop. 7.

Diuiſa vna linea in due parti; i quadrati di tutta, & di vna parte ſono eguali à due rettangoli di tutta, e della medeſima parte, con il quadrato della rimanente.

La linea A B è diuiſa in due AC, CB.

I——————I————I
A C B

Dico, che i quadrati BA, AC ſono eguali à due rettangoli B A C con il quadrato di C B.

Dimoſtratione.

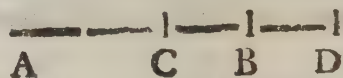
pr.4.2.	Il quadrato B A è vguale à due rettangoli B C A con i quadrati A C, C B.
	Aggiungendo commune il quadrato A C.
aſſ.2.1.	I quadrati di BA, A C ſono eguali à due rettangoli BCA, due quadrati di AC, con il quadrato di C B. †
pr.3.2.	I due rettangoli B C A con due quadrati AC ſono eguali à due rettangoli B AC.
aſſ.vn.†	Dunque i quadrati BA, AC ſono eguali à due rettang. BAC con il quadrato CB.

qua. BA, quad. AC | 2 BCA. 2 quad. AC, quad. CB

qua. BA, quad. AC | 2 BAC, quad. CB

Teor. 8. Prop. 8.

DIuisa vna linea in due parti; quattro rettangoli di tutta, & di vna parte eletta, con il quadrato della rimanente, compongono il quadrato d'vna linea composta di tutta, e della medesima parte eletta.

A — C — B — D

La linea AB è diuisa in due AC, CB
CB e la parte eletta
AD è composta di AB, BC.
Dico, che quattro rettangoli ABC, con il quadrato di AC compongono il quadrato di AD.

Dimostratione.

pr. 7.2.	Due rettangoli ABC cō il quadrato di AC sono eguali à i quadrati di AB, BC
aß. 3.1.	Le rette BC, BD } sono eguali.
def. vn.	I rettangoli ABC, ABD } sono eguali.
def. vn.	I quadrati BC, BD } sono eguali.
aß. 2.1.	Aggiongendo due rettãgoli ABD cōmuni
aß. vn.	Quattro rettang. ABD con il quad. di AC sono eguali à due rettangoli ABD con li quad. di AB, BD.
pr. 4. 2.	Due rettang. ABD con il quad. di AB, BD sono eguali al quadrato di AD
aß. vn.	Dunque quattro rettang. ABC cō il quad. di AC sono eguali al quadrato di AD

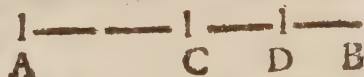
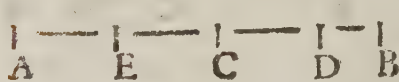
2 ABC, quad. AC	qua. AB. qua. BC
2 ABD, 2 ABC,	2 ABD, qua. AB qua. AB
4 ABC, qua. AC	qua. AD.

Teo-

Teor. 9. Prop. 9.

Diuisa vna linea in parti eguali, & in parti diseguali; i quadrati delle diseguali sono doppo de i quadrati della metà, e della linea terminata da i segmenti.

A		C	D	B

AB è diuisa in parti eguali AC, CB, & in parti diseguali AD, DB.

Dico, che i quadrati di AD, DB sono doppij de i quadrati di AC, CD.

Dimostratione.

pr.7.2.	Due rettangoli BCD con il quad. di DB sono eguali à i quadrati di BC, CD.
def. vn.	I rettangoli BCD, ACD) sono eguali I quadrati BC, AC)
ass. vn.	Due rettang. ACD con il quadrato di BD sono eguali à i quadrati di AC, CD
aß.2.p.	Due rettang. ACD con i qu. di AC, CD, DB sono doppij de i quad. AC, CD.
pr.2.2.	Due rettang. ACD con i quadrati di AC, CD sono eguali al quadrato di AD.
ass.2.p.	Dunque i quadrati di AD, DB sono doppij de i quadrati di AC, CD.

2 BCD, qua. DB

qu.BC qu.CD, 2 BCD qu.BC, qua.DC

——————————— 2 qu. BC, 2 qu. DC

qu.AD, qua,DB, 2 qu BC, 2 qu. DC

Teo-

Teor. 10. Prop. 10.

D*Iuisa vna linea in parti eguali, & aggiuntale vn'altra; i quadrati della composta, e dell'aggiunta sono doppij de i quadrati della metà, & della rimanente con l'aggiunta.*

| —— | —— | —— | — |
A E C D B

La linea E D è diuisa in parti eguali EC, CD. L'aggiunta è DB.

Dico che i quadrati EB, BD sono dopij de i qüadrati EC, CB.

Preparatione.

post. 3.	Si prolunghi B E in A.
pr. 3. 1.	Si tagli E A eguale à D B.
	Dimostratione.
ass. 2. 1 †	CA CB sono eguali.
pr. 9. 2.	I quadrati A D, DB sono dopij de i quadrati A C, C D. ℞
cor. pr.	I quadrati A D, EB } sono eguali.
46. 1.	I quadrati DC, EC } sono eguali.
ass. vn.	I quadrati A C, CB } sono eguali.
℞.	Dunque i quadrati EB, BD sono dopij de i quadrati EC, C B.

quad. AD. quad. DB | 2 quad. AC, 2 quad. CD.

quad. EB, quad. DB | 2 quad‧ CB, 2 quad. EC.

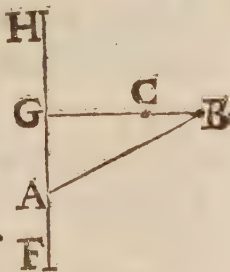
Pro-

Probl. I Prop. II.

DAta vna linea retta, diuiderla in due parti, che il rettangolo di tutta, e d'vna parte, sia eguale al quadrato dell'altra parte.

Data la retta GB

Bisogna diuiderla in due GC, CB, che il quadrato di GC sia eguale al rettangolo GBC.

H G C B A F

Operatione.

pr. 11.1	Si alzi HGF perpendicolare, ad GB.
pr. 3. 1.	Si tagli GF eguale ad GB.
pr 10.1	Si diuida GF in due eguali GA, AF.
post. 1.	Si conduca AB.
pr. 5. 1.	Si tagli AH eguale à AB.
pr. 3 1.	Si tagli GC eguale ad GH.

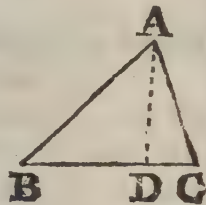
Dimostratione.

	Il rettangolo FHG con il quadrato di GA,
pr. 6. 2.	(Il quadrato di AH
†	(Il quadrato di AB)
pr. 47.1	(I quadrati di GB, GA. λ
	sono eguali frà di loro.
	(Il rettang BGC con il quadrato di GC; μ
c.d.vn.	Il rettang. FGH con il quadrato di GH,)
pr. 3.2.	Il rettangolo FHG;
πλασ. 3	(Il quadrato di GB. τ
pr. 2.2.	I rettangoli BGC, GBC)
	sono eguali frà di loro.
μτ ασσ. 3.	Dunque il quadrato di GC è vguale al rettangolo GBC. I cor.

Teor. 11. Prop. 12.

IN ogni triangolo non rettang. eletto vn angolo acuto, e mandata da vn'altr'angolo alla base opposta la perpendicolare; i quadrati de i lati, che comprendono l'angolo eletto, sono eguali al quadrato del rimanente lato, con due rettangoli della base, e di quella portione della medesima base, che stà trà l'angolo eletto, e la perpendicolare.

Il triangolo ABC non è rettangolo
L'angolo B è l'acuto eletto
Alla base BC si manda la perdicolare AD.
Dico, che i quadrati di AB BC sono eguali al quadrato di AC con due rettangoli CBD.

A
B DC

Dimostratione.

pr.47.1	Il qua. di AB è vguale a i qua. di AD, DB,
pr.4.2.	il quad. di BC è vguale à i quad. di BD. DC, con due rettangoli BDC.
ass.2.1.	I qu. di AB, BC sono eguali à i qu. di AD, DC cō due qua. BD, e due rettag. BDC†
pr.47.1	I qu. di AD, DC sono eguali al qu. di AC.
pr.3.2.	Due quad. di DB, e due rettangoli BDC sono eguali à due rettangoli CBD.
†ass.vn.	Dunque i qua. di AB, BC sono eguali al quadrato di AC, con due rettang. CBD.

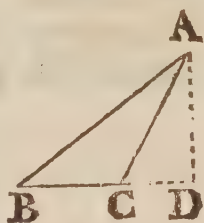
qu. AB, qu. BC | qu. AD, qu. DC, 2 qu. BD, 2 BDC.

qu. AB, qu. BC | qu. AC, 2 CBD.

Teor.

Teor. 12. Prop. 13.

NEl triang.ottuſiangolo mandata da vn'angolo acuto alla baſe oppoſta la perpẽdicolare; i quadrati de i lati, che comprendo no l'ang. ottuſo con due rettang. delle parti della baſe prolongata ſono eguali al quã.del rimanente lato.

Nel triang. ABC l'ang C è ottuſo
Alla baſe BC ſi manda la perpendicolare AD.
Dico, che i quadrati di AC, CB, con due rettangoli BCD ſono eguali al quadrato di AB.

Dimoſtratione.

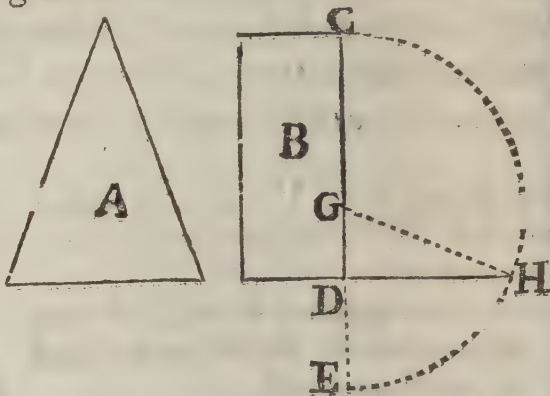
*pr.*47.1	I quadrati di AD, DB ſono eguali al quadrato di AB. †
*pr.*4.2.	Il quadrato di DB è vguale à i quadrati di DC, CB con due rettangoli DCB.
† *aſ.vn.*	I quadrati di AD, DC, CB, con due rettangoli DCB ſono eguali al quad. di AB.
*pr.*47.1	I quadrati di AD, DC ſono eguali al quadrato di AC
aß.vn.	Dunque i quad. di AC, CB, con due rettang. DCB ſono eguali al quad. di AB

qua. AD, qua, DB | quad. AB
qua. AD, qua. DC, quad. CB, 2 DCB
quad. AC, quad. CB, 2 DCB | quad. AB

Pro-

Probl. 2. Prop. 14.

D*Ata vna figura rettilinea; fare vn quadrato eguale.*

Sia data la figura rettilinea A. Bisogna fargli eguale il quadrato di DH.

Operatione.

pr.45.1 Si faccia il rettangolo B eguale ad A
post.2. Si prolonghino i lati CDE, FDH
pr.3.1. Si tagli DE vguale à DF
pr.10.1 Si diuida CE in due vguali CG, GE
post.3. Dal centro G per CE si conduca la circonferenza CHE.
post.1. Si conduca la retta GH.

Dimostratione.

pr.47.1 (I quadrati di DH; DG;
def. vn. (Il quadrato di GH;)
pr.5.1. Il quadrato di GE
ass vn. (Il rettang.CDE con il quadrato di GD)
ass. vn. Il rettangolo B con il quadrato di GD
(La figura A con il quadtato di GD
sono eguali frà di loro
ass.3. Dunque il quad. di DH è vguale alla fig. A

LIBRO TERZO

De gl' Elementi d' Euclide.

DEFINITIONI.

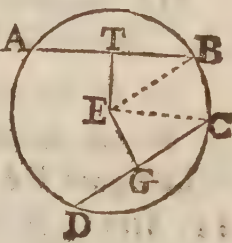
1 *EGuali ſono quei circoli, che hanno i diametri, ouero i raggi eguali.*

2 *Tangente del circolo ſi dice, quella linea retta che cõdotta al circolo, e prodotta, nõ lo taglia.*

3 *Tangenti, ſi dicono quei circoli, che toccandoſi, non ſi tagliano l'vno l'altro.*

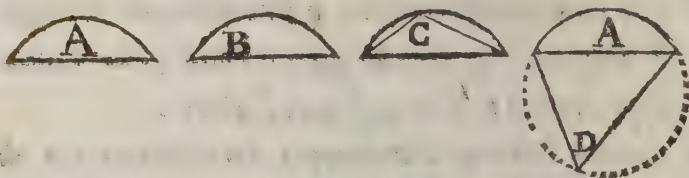
4 *Corda è vna linea retta terminata da due punti della circonferenza del circolo.*

5 *Nel circolo, ſi dicono equidiſtanti dal centro quelle corde, ſoura le quali caſcano dal centro le perpendicolari eguali.*

Nel circolo AB, CD le rette AB, CD ſono corde talmente conſtituite, che dal centro del circolo E, conducendoſi le perpendicolari EF, EG ſono eguali le AB, CD ſi dicono equidiſtanti dal centro E.

6 *Segmento del circolo, ſi dice vna figura terminata da vna corda, & da vna portione della circonferenza.*

7 *Angolo del ſegmento, ſi dice, l'inchinatione della circonferenza alla corda del ſegmento.*

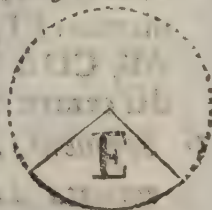
8 *Angolo ſourapoſto al ſegmento, ſi dice quelle, che contengono due linee rette condotte da gli eſtremi ad vn punto intermedio nella circonferenza del ſegmento.*

9 *Angolo ſottopoſto al ſegmento, ſi dice, l'angolo nel ſegmento, che reſta à compire il circolo.*

La figura A è ſegmento.
B è l'angolo del ſegmento.
C è l'angolo ſourapoſto al ſegmento A.
D è l'angolo ſottopoſto al ſegmento A.

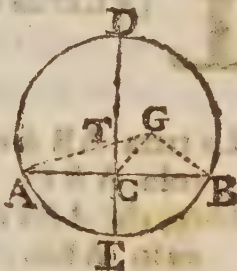
10 *Settore del circolo ſi dice, vna figura cõtenuta da due linee rette, che fanno ang nel centro, & da vna portione della circonferenza.*

La figura E è ſettore.

11 *Simili, ſi dicono, quei ſegmenti, ne i quali gli ang. ſourapoſti, e ſottopoſti ſono eguali.*

Pro-

Probl. 1. Prop. 1.

D*Ato vn circolo, trouare il centro.*

Dato il circolo DAEB,
Bisogna trouare il suo centro F.

Operatione.

post. 4.	Si pigli nel circolo la corda AB.
pr. 10.1	Si diuida AB in due eguali AC, CB †
pr. 11.1	Si alzi, e prolonghi la corda DCE perpendicolare ad AB.
c. post. 2	Si diuida DE in due eguali DT, TE.
pr. 10,1	Dico, che T è centro del circolo DAEB.

Instanza.

Non è centro del circolo DAEB; mà G.

Preparatione.

post. 1.	Si conducano le rette GA, GC, GB.

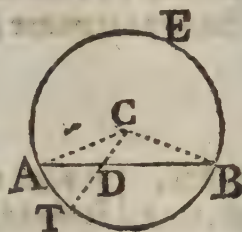
Risposta.

†	Ne i triangoli GAC, GBC il lato GC è
d. 15.1.	commune, & i lati CA, CB sono eguali.
pr. 8.1.	Le basi GA, GB saranno eguali.
d. 10. 1.	Gli angoli GCA, GCB saranno eguali.
& *ass.*	L'angolo GCA sarà retto, ed eguale all'
12.	angolo DCA contro l'ass. 9.
ass. 16.	Dunque T è centro del circolo DAEB.

Teor. 1. Prop. 2.

L*A Corda è compresa nel suo circolo.*

La retta AB è vna corda del circolo ABE.

Dico, che AB è compresa nel circolo ABE.

Preparatione.

pr.1.3.	In AB si pigli vn punto D.
post. 1.	Si troui il centro del circolo C.
post.2.	Si conducano le rette CA, CDT, CB.

Dimostratione.

pr.16.1	L'angolo CDB è maggiore dell'ang. CAB.
d.15.1.	I lati CA, CB sono eguali.
pr.5.1.	L'angolo CAB è vguale a l'angolo CBA.
as 1.1.β	L'angolo CDB è maggiore dell'ang. CBD.
pr.19.1	CB è maggiore di CD.
d.15.1.	CB è vguale à CT.
as 1.1.γ	CT è maggiore di CD.
d.15.1.	CT è compresa nel circolo.
def3.1.	Il punto D è compreso nel circolo.
	Così si dimostra, che tutti i punti della corda AB sono compresi nel circolo.
def 3.1.	Dunque la corda AB è compresa nel circolo.

Teor.

Teor. 2. Prop. 3.

SE il diametro del circolo taglia in parti eguali vna corda, che non è diametro gli è perpendicolare: e se gli è perpendicolare, la taglia in parti eguali.

AEB è diametro del circolo ACBD
La retta CED è vna corda, che non è diametro.
Se CE è vguale ad ED.
Dico, che AB è perpendicolare à CD.

Preparatione.

pr.1.3. | Si troui il centro del circolo T.
post. 1. | Si conducano le rette TC, TD.

Dimostratione.

| Ne i triang. TEC, TED il lato TE è commune.
† | I lati CE, ED sono eguali.
d.15.1. | Le basi CT, TD sono eguali.
pr.8.1. | Gli angoli TEC, TED sono eguali.
d.10.1. | Dunque AB è perpendicolare à CD.

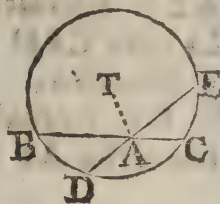
Se AB è perpendicolare à CD.
Dico, che CE è vguale ad ED.

Dimostratione.

| Ne i triãg. TEC, TED il lato TE è cõmu.
pr.5.1. | Gli angoli TCE, TDE sono eguali (ne
ass.12. Gli angoli retti TEC, TED sono eguali.
p.26.1 Dunque CE è vguale ad ED.

Teor. 3. Prop. 4.

Tagliandosi due corde in vn punto, che non è centro del circolo; non può essere, che ambedue si taglino in parti eguali.

BAC, DAE sono due corde del circolo BDCE, che si tagliano nel punto A.
Il punto A non è centro del circolo.
Se BA è vguale ad AC.
Dico, che DA non è vguale ad AE.

Preparatione.

pr. 1. 3.	Si troui il centro T.
post. 1.	Si conduca la retta TA.

Instanza.

DA eguale ad AE.

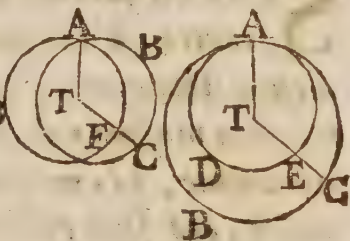
Risposta.

pr 3.3.	TA sarà perpendicolare à DE, e l'angolo TAE sarà retto.
pr. 3.3.	TA è perpendicolare à BC è l'angolo TAC è retto.
ass. 12.	Gli angoli TAE, TAC saranno eguali; contro l'ass. 9.
ass. 16.	Dunque DA non è vguale ad AE.

Teor.

Teor. 4. Prop. 5.

QVando due circoli si segano; non hanno il medesimo centro.

Due circoli ABC, ADE si segano in A.
T è il centro del circolo ABC.
Dico, che T non è centro del circolo ADE.

Preparatione.

prop.4	Si prenda il punto E della circonfere nza: ADE, che sia compreso nel circolo ABC
post.1.	Si conducano le rette TA, TEC

Instanza.

T è centro del circolo ADE.

Risposta.

d.15.1	AT, TE saranno eguali
d.15.1	AT, TC sono eguali
ass.1.	TE, TC saranno eguali contro l'ass. 9.
ass.16.	Dunque T non è centro del circolo ADE.

Teor. 5. Prop. 6.

QVando due circoli si toccano l'vno dentro all'altro in vn punto non hanno il medesimo centro.

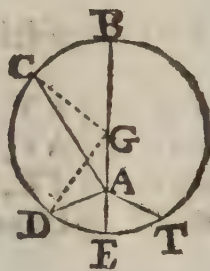
Si dimostra come la precedente.

Teor. 6. Prop. 7.

SE da vn punto, che è nel circolo, ma non è centro, si condurranno alla circonferenza alcune linee rette; α quella, che passa per il centro, è la massima di tutte β; e prolongandosi la rimanente, è la minima di tutte; γ e delle altre quelle, che sono più vicine alla massima, sono maggiori; δ e non può essere, che più di due, prese dall'vna banda, e dall'altra siano eguali frà di loro.

A è vn punto nel circolo BCDET che non è centro.
G è il centro del circolo
EAGB, AC, AD, AT sono linee rette
AD, AT sono eguali, e sono poste dall'vna banda, e dall'altra.
Dico, che AB è massima di tutte.
Che AE è minima.
Che AC è maggiore di AD
Et che non può essere, che tre linee AC, AD, AT siano eguali trà di loro.

Preparatione.

post. 1. | Si conducano le rette GC, GD.

Dimostratione.

d. 15. 1.	GB è vguale à GC
ass.2.	AGB è vguale alle due AGC
pr.20.1	AGC sono maggiori di AC
as.1.1.β	AB è maggiore di AC
	Così si prouarà, che AB è maggiore d'ogn' altra, condotta dal punto A alla circonferenza.
	Dunque AB è massima di tutte.
d.15.1	GAE è vguale à GD.
pr.20 1.	GD è minore delle due GAD
aß.1.δ	GAE è minore delle due GAD
ass.5.	AE è minore di AD
	Così si prouarà, che AE è minore d'ogn' altra.
	Dunque AE è minima di tutte.
d 15.1	Ne i triang. GCA, GDA i lati CG, GD sono eguali, il lato GA è commune, e l'ang. CGA è maggiore dell'angolo DGA
pr.24.1	Dunque AC è maggiore di AD.
ass.16.	Dunque non può essere, che AC, AD, AT siano eguali.

Teor. 7. Prop. 8.

SE da vn punto preso fuori del circolo nel medesimo piano si condurranno alla circonferenza alcune linee rette; α quella, che passa per il centro, e termina nel cauo della circonferenza, è la massima di tutte; β quella, che termina nel conuesso della circonferenza, e và à diritura al centro, è la minima di tutte; γ delle rimanenti, che terminano nel cauo, la più vicina alla massima è maggiore, δ delle rimanenti, che terminano nel conuesso, la più vicina alla minima è minore; ε vna che sia terminata nel cauo, è sempre maggiore d'vna, che sia terminata nel conuesso; ζ e tra tutte nõ può esser, che più di due prese dall'vna banda, e dall'altra, siano eguali fra di loro.

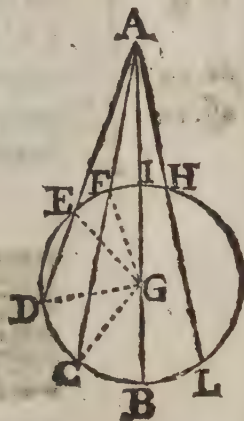
A è vn punto fuor del circolo EDCB posto nel medesimo piano.

G è il centro del circolo

AIGB, AC, AD, AL sono rette terminate nel cauo della circonferenza.

AI, AF, AE, AH sono rette terminate nel conuesso della circonferenza.

AF, AH sono eguali, e sono poste dall'vna banda, e dall'altra,

AC

AC, AL sono eguali, e sono poste dall'vna banda, dall'altra.

Dico, che AB è massima di tutte
Che AI è minima di tutte
Che AC è maggiore di AD
Che AF è minore di AE
Che AC è maggiore di AE
Et che non può essere, che tre linee
AE, AF, AH
ouero AC, AD, AL } siano eguali frà di loro.
ouero AC, AE, AL

Preparatione.

post.1.	Si conducano le rette GC, GD, GE, GF

Dimostratione.

d.15.1	GB, GC, sono eguali.
ass.2.	AB è vguale alle due AGC
pr.20.1	AGC sono maggiori di AC
as.1.1.β	AB è maggiore di AC
	Così si prouarà, che AB è maggiore d'ogn' altra.
	Dunque AB è massima;
pr.20.1	AIG è minore delle due AFG
d.15.1.	IG, GF sono eguali
as.1.1.γ	AI è minore di AF
	Così si prouarà, che AI è minore d'ogn' altra.
	Dunque AI è minima;

Ne i

Ne i triang. AGC, AGD il lato AG è commune, i lati GC; GD, sono eguali, l'angolo AGC è maggiore dell' angolo AGD

d. 15. 1
ass. 9.

Dunque AC è maggiore di AD ℞

pr. 24. 1

Ne i triang. AGF, AGE, il lato AG è commune, i lati GF, GE sono eguali, l'angolo AGF è minore dell'angolo AGE

d. 15. 1
ass. 9.

Dunque AFC minore di AE

pr. 24 1

Ne i triangoli AGC, AGE il lato AG è commune i lati GC, GE sono eguali, l'angolo AGC è maggiore dell'angolo AGE.

d. 15. 1
ass. 9.

Dunque AC è maggiore di AE.

pr 24. 1

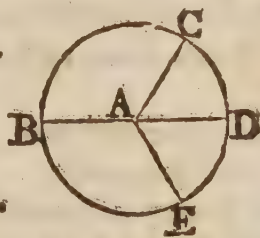
Dunque non può essere, che tre linee AC, AE, AL ouero AC. AD, AL ouero AE, AF, AH } Siano eguali frà di loro.

ass. 16.
℞.
†

Teor.

Teor. 8. Prop. 9.

SE da vn punto compreso nel circolo si condurranno più di due linee rette eguali; quel punto è centro del circolo.

A è punto nel circolo BCDE
AC, AD, AE sono tre linee rette eguali frà di loro.
Dico, che A è centro.

Instanza.

A nõ è cẽtro del circolo BCDE.

Risposta

pr.7.3	Nõ potrà essere, che le tre AC, AD, AE siano eguali frà di loro cõtro la suppositione
ass.16.	Dunque A è centro del circolo BCDE.

Teor. 9. Prop. 10.

DVe circoli non si segano in trè punti.

Instanza.

Due circoli AB, CD si segano in tre punti E, F, G.

Preparatione.

pr.1.3	Si troui il centro del circolo AB, che sia H.
post.1.	Si conducano le tre rette HE, HF, HG.

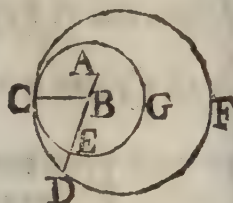
Risposta.

d.15.1	Le tre rette HE, HF, HG sono eguali
pr.9.3	H sarà centro ancora del circolo CD contro la prop. 5. 3.
ass.16.	Dunque due circoli AB, CD non si segano in tre punti E, F, G.

Teo-

Teor. 10. Prop. 10.

SE due circoli si toccano l'vno dentro all' altro ; i centri , e il punto del toccamento sono in vna linea retta .

Due circoli CDE, CEG si toccano nel punto C.
Il centro del circolo CDF è G
Il centro del circolo CEG è B
Dico, che ABC è vna linea retta

Instanza .

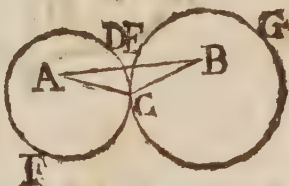
Non è ABC linea retta; ma ABED.

Risposta .

pr.7.3ß	Sarà BD minore di BC
d.15.1	BC è vguale à BE
ass.1.17	Sarà BD minore di BE contro l'ass.9.
ass.16.	Dunque ABC è vna linea retta .

Teor. 11. Prop. 12.

SE due circoli ſi toccano per di fuori i centri, e il punto del toccamento ſono in vna linea retta.

Due circoli CDF, CEG ſi toccano nel punto C.
Il centro del circolo CDF è A
Il centro del circolo CEG è B
Dico, che ACB è vna linea retta.

Inſtanza.

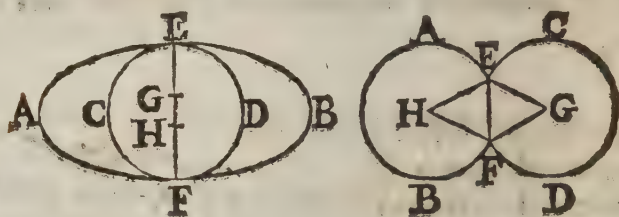
Non à ACB linea retta, ma ADEB?

Riſpoſta.

aſſ. 16.	Le due AD, EB ſono minori di AB.
d. 15. 1.	AD, AC. } ſaranno eguali.
d. 15. 1.	EB, CB. }
aſſ. vn. 2.	Le due ACB ſaranno minori di AB contro la prop. 20. 1.
aſſ. 16.	Dunque ACB è vna linea retta.

Teor.

Teor. 12. Prop. 13.

D*Ve circoli non si toccano in più d' vn punto.*

Instanza,

I due circoli AB, CD si toccano in due punti E, F.

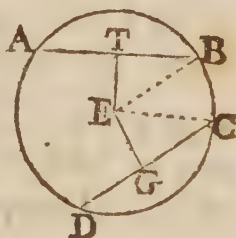
Preparatione.

pr. 1. 3.	Si trouino i centri G, H.
post. 1.	Si conducano le rette GE, EH, HF, FG.
	Risposta nella prima figura.
pr. 11. 3	EGH è vna linea retta.
d. 15. 1.	EGH è vguale ad HF.
	EGH è la metà delle due EGHF.;
pr. 11. 3	GHF è vna linea retta.
d. 15. 1.	EG è vguale à GHF.
	EG è la metà delle due EGHF.
ass. 7.	EG, EGH sono eguali; contro l'ass. 9.
	Risposta nella seconda figura.
pr. 12. 3	HEG, HFG sono linee rette.
	Due linee rette HEG, HFG chiuderanno figura contro l'ass. 10.
ass. 16.	Dunque due circoli AB, CD non si toccano in due parti.

Teor.

Teor. 13. Prop. 14.

NEl circolo α le corde eguali ſono equidiſtanti dal centro β; & le equidiſtanti dal centro ſono eguali.

Nel circolo ABCD ſono eguali le corde AB, CD. †
Dico, che AB, CD ſono equidiſtanti dal centro.

Preparatione.

*pr.*1. 3.	Si troui il centro E,
*pr.*12.1	Si conducano le perpendicolari E T, E G ad A B, DC.
poſt. 1.	Si conducano le rette EB, EC.

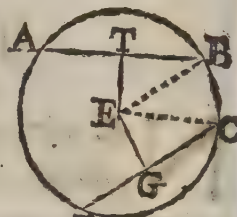
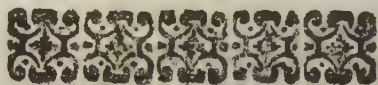
Dimoſtratione.

aſſ. 7. *pr* 3.3.	TB, GC ſono eguali, perche ſono metà delle corde eguali AB, DC.
*c.*46.1.	I quadrati TB, GC ſono eguali.
*pr.*47.1 *aß.* 3.	Da i quadrati eguali EB, EC leuando i quadrati eguali TB, EC reſtano eguali i quadrati ET, EG.
*c.*46.1.	ET, EG ſono eguali.
*def.*5.3.	Dunque AB, CD ſono equidiſtanti dal centro.

Le

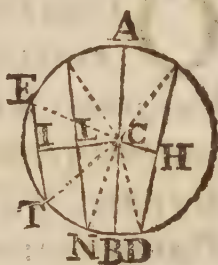
Le corde AB, CD sono equidistanti dal centro.

Dico, che AB, CD sono eguali.

Dimostratione.

def.5.3.	ET, EG sono eguali.
c.46.2.	I quadrati ET, EG sono eguali.
pr.47.1	Da i quadrati eguali EB, EC leuando i quadrati eguali ET, EG restano eguali i quadrati TB, GC.
as.3.	
c.46.1.	TB, GC sono eguali.
pr.3.3.	AB, CD sono dopple di TB, GC.
ass.6.	Dunque AB, CD sono eguali.

Teor.

Teor. 14. Prop. 15.

TRà le corde del circolo α il diametro è la Massima, β e sono maggiori quelle; che sono più vicine al centro.

Nel circolo AFD sono le corde ACB, GD, FT.
C è il centro
ACB il diametro
CH, CI sono perpẽdicolari à GD, FT
GD è più vicina al centro di FT, perche CH è minore di CI.
Dico, che AB è la massima di tutte le corde
Et che GD è maggiore di FT.

Preparatione.

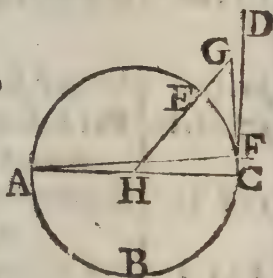
pr.3.1	Si tagli CL eguale à CH.
pr.11.1.	Per L si conduca la corda MLN perpẽdicolare à CI.
post. 1.	Si cõducano le rette CG, CD, CM, CN, CE, (CT.

Dimostratione.

d.15.1	ACB è vguale alle due GCD
prop 20	GCD sono maggiori di GD
as.1.1.β	AB è maggiore di GD
	Così si prouarà, che AB è maggiore d'ogn' altra corda.
	Dunque AB è la massima di tutte le corde.
d.15.1	I lati MCN sono eguali à i lati FCT
ass.9.	L'angolo MCN è maggiore dell'ang. FCT
pr.24.1	MN è maggiore di FT
pr.14.3	GD, MN sono eguali
as.1.1.β	Dunque GD è maggiore di ET.

Teor. 15. Prop. 16.

QVella retta, che ſtà perpendicolare al diametro del circolo, nella ſua eſtremità; α è tangente. β Nel luogo, che trà il circolo, e la tangente ſi contiene, non ſi può condurre altra linea retta. γ L'angolo del ſemicircolo è maggiore d'ogni acuto rettilineo. δ L' angolo del contatto è minore d'ogni acuto rettilineo.

Nel circolo ABC il diametro è AC.
CD è perpendicolare al diametro nell'eſtremo C.
Dico, che CD è tangente del circolo ABC.
Che trà la curua EC, & la retta CD non può condurſi altra linea retta.
Che l' angolo del ſemicircolo ECA è maggiore di ogni acuto rettilineo.
Che l'angolo del contatto ECD, è minore d' ogni acuto rettilineo.

Inſtanza.

BD non è tangente del circolo ABC; ma lo ſega nel punto F.

Pre-

Preparatione.

post. 1.	Si condurrà la retta AF.

Risposta.

d. 10.1.	L'angolo ACF è retto.
pr 17.1	L'angolo ACF è minor dal retto.
pr. 18.1	La corda A F sarà maggiore del diametro AC contro la prop 15. 3.
ass. 16.	Dunque CD è tangente del circolo ABC.

Instanza.

Trà la curua EC, & la retta CD si può condurre vn altra retta CG.

Preparatione.

pr:1.3.	Si troui nel diametro AC il centro del circolo H.
pr. 12.1	Si condurrà la retta HEG perpendicolare à CG.

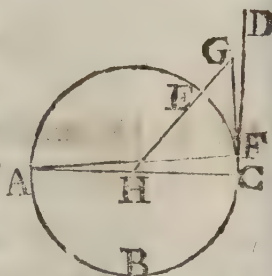
Risposta.

d. 10.1.	Sarà l'angolo HGC retto, e maggiore dell' angolo HCG.

pr.18.1 | Sarà la HC maggiore della HG.

d.15.1. | I raggi HC, HE sono eguali.

aß,1. ß | Sarà la HE maggiore della HG contro l'ass. 9.

ass. 16. | Dunque trà la curua EC, & la retta CD non si può condurre vn'altra linea retta.

Instanza.

L'angolo ECA non è maggiore dell'angolo acuto rettilineo GCA.

L'angolo ECD non è minore dell'angolo acuto rettilineo GCD.

Risposta Commune.

Sarà la retta GC condotta trà la curua EC, & la tangente CD. contro la dimostratione, che habbiamo fatta.

ass 16. | Dunque l'angolo del semicircolo ECA è maggiore d'ogni acuto rettilineo.

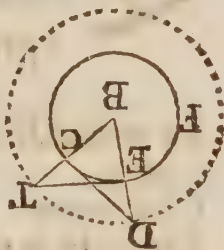
ass 16. | Dunque l'angolo del contatto ECD è minore d'ogni acuto rettilineo.

Pro-

Teor. 2. Prop. 17.

DAti vn punto, e vn circolo; condurre dal punto la tangente.

Dato il punto T
Dato il circolo FC
Bisogna condurre la tangente TE.

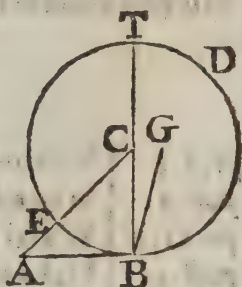
Operatione.

pr.1.3 | Si troui il centro del circolo CF, che sia B.
post.1. | Si conduca la retta TCB.
pr.11.1. | Si alzi la CD perpendicolare ad TB.
post.3. | Dal centro B per T si conduca la circonferenza TD.
post.1. | Si conducano le rette DEB, TE.
| Dico, che TE è tangente.

Dimostratione.

Ne i due triangoli DBC, TBE l'angolo B è commune.
I lati DB, TB ⎫ sono eguali.
d.15.1 | I lati BC, BE ⎭
pr.4.1.y | Gli angoli DCB, TEB sono eguali
d.10.1 | L'angolo DCB è retto
ass.12. | L'angolo TEB è retto
pr.16.a | TE è tangente.

Teor. 16. Prop. 18.

QVando vna linea retta tocca il circolo la retta, che và dal centro al contatto, gli è prependicolare.

La retta AB tocca il circolo BD, in B.
C è il centro
Dico, che la retta CB è perpendicolare.

Instanza.

Non è CB perpendicolare ad AB; ma si bene CEA.

Risposta.

d. 10.1.	L'angolo CAB sarà retto, e maggiore dell' angolo CBA.
*pr.*18.1.	Il lato CB sarà maggiore di CA.
d. 15.1.	CB, CE sono eguali
*ass.*1.β	CE sarà maggiore di CA. contro l'ass.9.
*ass.*16.	Dunque CB è perpendicolare à BA.

Teo-

Teor. 17. Prop. 19.

IN quella retta, che nel punto del contatto sta perpendicolare alla tangente, si troua il centro del circolo.

La retta BCT stà perpendicolare alla tangente AB nel punto del contatto B.
Dico, che in BCT si troua il centro del circolo BD.

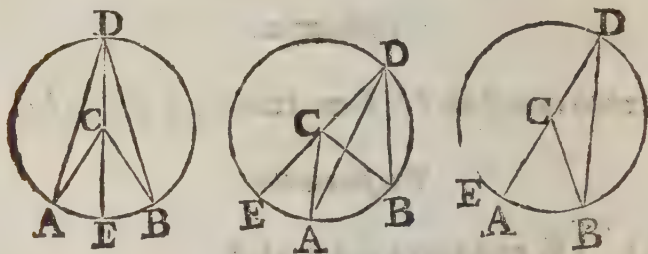
Instanza.

Il centro non è in BCF ma fuori nel punto G.

Preparatione.

post.1.	Si condurrà la retta CB.
	Risposta.
pr.18.3	L'angolo GBA sarà retto
d.10.1	L'angolo TAB è retto
ass.12.	Gli angoli GBA, TBA saranno eguali, contro l'ass. 9.
ass.16.	Dunque in BCT si troua il centro del circolo BD.

Teor. 18. Prop. 20.

QVando sotto la medesima portione di circonferenza, stanno due angoli, vno al centro, e l'altro alla circonferenza; l'angolo al centro è doppio dell'angolo alla circonferenza.

Sotto la medesima portione di circonferenza AB, stanno due angoli, ACB, ADB.
L'angolo ACB è al centro C.
L'angolo ADB è alla circonferenza.
Dico, che l'angolo ACB, è doppio dell'angolo ADB.

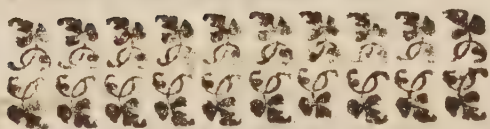
Preparatione.

post.1. 2. | Si conduca, e prolunghi la retta ECE.

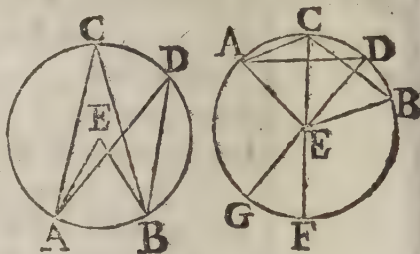
Di-

Dimostratione.

d.15.1	I raggi CA, CD sono eguali
pr.5.1 a	Gli angoli CAD, CDA sono eguali
pr.32.1 a.	L'angolo ACE è vguale à gli angoli CAD, CDA
	L'angolo ACE è doppio dell'ang. CDA
	Parimente, si dimostrerà, che l'angolo BCE è doppio dell'angolo BDC
	All'angolo BCE aggiungendo, ò leuando l'angolo ECA, si farà l'angolo ACB
	All'angolo BDC aggiungendo, ò leuando l'angolo CDA, si farà l'angolo ADB
	Dunque l'angolo ACB è doppio dell'angolo ADB.

Teo-

Teor. 19. Prop. 21.

GLi angoli, che ſono nel medeſimo ſegmento, ſono eguali.

Nel medeſimo ſegmento AB, ſono gli angoli ACB, ADB. Dico, che gli angoli ACB, ADB ſono eguali.

Preparatione nella prima figura.

pr.1.3 | Si troui il centro del circolo E.

poſt.1. | Si conducano le rette EA, EB.

Dimoſtratione.

pr.20.3. | L'angolo AEB è doppio di ciaſcuno degli angoli ACB, ADB.

aſſ.7. | Dūque gli angoli ACB, ADB ſono eguali.

Preparatione nella ſeconda figura.

poſt.1.2 | Si conducano, e prolunghino le rette CEF, DEG.

Dimoſtratione.

aſſ.8. | Gli angoli AEG, GEB ſono eguali à gli angoli AEF, FEB.

pr.20.3 | Gli angoli AEG, GEB ſono il doppio dell' angolo ADB.

pr.20.3 | Ggli angoli AEF, FEB ſono il doppio dell' angolo ACB.

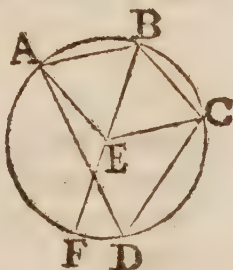
aſſ.7. | Dūque gli angoli ACB, ADB ſono eguali.

Teor-

Teor. 20. Prop. 22.

I Quadrilateri, che si descriuano nel circolo hanno gli angoli opposti eguali à due retti.

ABCD è vn quadrilatero descritto nel circolo.

Dico, che gli angoli opposti ABC, ADC sono eguali à due retti.

Preparatione.

pr.1.3	Si troui il centro del circolo E.
post.1.	Si conducano le rette AE, BEF, CE.

Dimostratione.

pr.20.3	Gli angoli AEF, FEC sono il doppio dell'angolo ABC.
pr.20.3	L'ang. AEC è il doppio dell'ang ADC.
	Tutti gli angoli al punto E sono doppij degli angoli ABC. ADC.
c.2.pr.15.1.	Tutti gli angoli al punto E sono eguali à quattro retti.
	Dunque gli angoli ABC, ADC sono eguali à due retti.

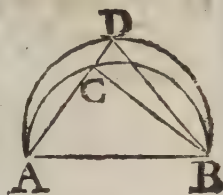
Teo-

Teor 21. Prop. 23.

NOn può essere, che soura la medesima linea retta, e verso la medesima banda, siano due segmenti di circoli, simili, e diseguali.

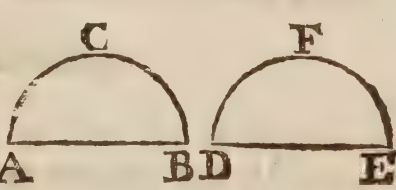
Instanza.

Soura la retta AB verso la medesima banda sono i due segmenti di circoli ACB, ADB simili, e diseguali.

Preparatione,

Per A si condurrà vna retta, che segarà i segmenti in due altri punti C.D.

post.1. Si condurranno le rette CB, DB.

Risposta.

d.11.3 Ne i segmenti simili ACB, ADB saranno gli angoli ACB, ADB eguali; contro la prop. 16.1.

ass.16. Dunque non può essere, che soura la retta AB, verso la medesima banda, siano i due segmenti di circoli ACB, ADB simili, e diseguali,

Teor. 22. Prop. 24.

I Segmenti simili, che hanno le basi eguali; sono eguali.

I segmenti ACB, DFE sono simili, & hanno le basi AB, DE eguali.

Dico, che i segmenti ACB, DFE sono eguali.

Preparatione.

	Si sourapongono i punti A, D.
post.6.	Et le rette AB, DE.
	Et il segmento ACB allo spatio doue è il segmento DFE.

Dimostratione.

ass.16.	Si adattano i punti B, E; altrimenti saranno le basi AB, DE diseguali; contro la suppositione.
ass.16.	Si adattano i segmenti ACB, DFE; altrimenti saranno soura la medesima retta due segmenti di circoli simili, e diseguali; contro la prop.23. 3.
ass. 8.	Dũque i segmenti ACB, DFE sono eguali.

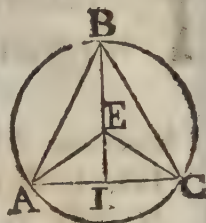
Corollario.

Da questa propositione è manifesto, che i segmenti simili, ed eguali si adattano.

Teo-

Teor. 3. Prop. 25.

D*Ato vn ſegmento; compire il ſuo circolo.*

Dato il ſegmento ABC.
Biſogna compire il circolo.

Operatione.

*pr.*10.1	Si diuida AC in due eguali AD, DC.
*pr.*11 1	Si alzi DB perpendicolare ad AC.
poſt. 1	Si conduca la retta AB.
*pr.*25.1	All'angolo ABD ſi faccia eguale l'angolo BAE.
poſt. 3.	Dal centro E per A ſi conduca la circonferenza AC, che ſarà il compimento del circolo.

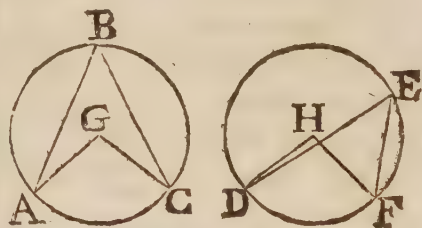
Dimoſtratione.

	Nei triangoli EDA, EDC gli angoli FDA EDC ſono eguali, il lato ED è commune, i lati DA, DC ſono eguali.
*pr.*4.1.	Le baſi EA, EC ſono eguali.
	Nel triangolo E B A gli angoli E B A. EAB ſono eguali.
*pr.*6.1.	I lati EA, EA ſono eguali.
aſſ. 1.	Le tre linee EC, EA, EB ſono eguali.
pr 9.3.	E è il centro del circolo ABC.
	La circonferenza A C è compimento del circolo ABC.

Teor.

Teor. 23. Prop. 26.

NE i circoli eguali gli angoli eguali alla circonferenza ouero al centro; ſono ſottopoſti à gli archi eguali.

I circoli ABC, DEF ſono eguali.
Gli angoli alle circonferenze ABC, DEF ſono eguali.
Ouero gli angoli à i centri AGC, DHF ſono eguali.
Dico, che gli archi AC, DF ſono eguali.

Dimoſtratione.

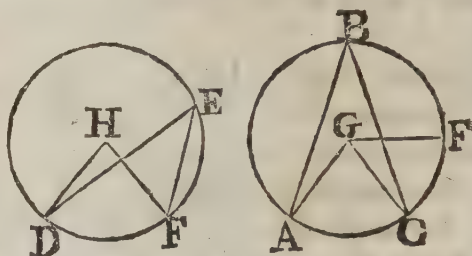
aſſ. 16.	Souraponendoſi gli angoli AGC, DHF ſi adattano, altrimenti non ſaranno eguali contro la ſuppoſitione.
aſſ. 16.	Si adattano à punti A, C à i punti D, F; altrimenti GA, GC, HD, HF non ſaranno eguali, contro la def 1. 3.
d. 11. 3	I ſegmenti AC, DF ſono ſimili.
c. 24. 3.	I ſegmenti AC, DF ſi adattano.
aſ. 14. 8	Gli archi AC, DF ſi adattano.
aſſ. 6.	Dunque gli archi AC, DF ſono eguali.

Teor.

Teor. 24. Prop. 27.

NE i circoli eguali gli angoli, che sono sotto archi eguali, & che sono al centro, ouero alla circonferenza; sono eguali.

I circoli ABC, DEF sono eguali
Gli archi AC, DF sono eguali.
Gli angoli AGC, DHF sono al centro.

Gli angoli ABC, DEF sono alla circonferenza.
Dico, che gli angoli AGC, DHF sono eguali
Et che gli angoli AEC, DEF sono eguali.

Instanza.

Non sono eguali gli angoli AGC, DHF; ma si bene gli angoli AGI, DHF.

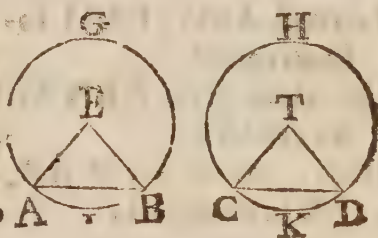
Risposta.

pr.26.3	Gli archi ACI, DE saranno eguali; contro la suppositione.
ass.16.	Dũque gli angoli AGC, DHF sono eguali.
pr.20.3.	Gli angoli AGC, DHF sono doppij da gli angoli ABC, DEF
ass.7.	Dunque gli angoli ABC, DEF sono eguali.

Teor.

Teor. 25. Prop. 28.

NE i circoli eguali, le corde eguali, ſono baſi di archi; che ſono eguali; cioè i maggiori, & i minori del ſemicircolo frà di loro.

I circoli ABG, CDH ſono eguali
Le Corde AB, CD ſono eguali
Dico, che gli archi maggiori AGB, CHD ſono eguali.
Et che i minori AIB, CKD ſono eguali.

Preparatione.

pr.1.3 | Si trouino i centri E, T
poſt.1. | Si conducano le rette EA, EB, TC, TD.

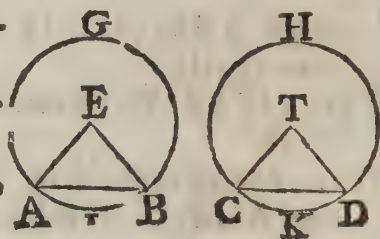
Dimoſtratione.

d.1.3. | I raggi EA, EB, TC, TD ſono eguali
| Le baſi AB, CD ſono eguali
pr.8.1 | Gli angoli E, T ſono eguali
pr.26.3 | Dunque gli archi AIB, CKD ſono eguali.
aſſ.3. | Dunque gli archi rimanenti AGB, CHD ſono eguali.

Teor. 26. Prop. 29.

N*E i circoli eguali, gli archi eguali; hanno le corde eguali.*

I circoli ABG, CDH sosono eguali.
Gli archi AIB, CKD sono eguali.
Dico, che le corde AB, ED sono eguali.

G E A B

Preparatione.

pr 1.3.	Si trouino i centri E, F.
post 1.	Si conducano le rette EA, EB, FC, FD.

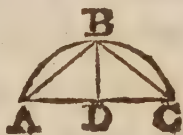
Dimostratione.

d.1.3.	I raggi EA, EB, FC, FD sono eguali.
pr.27.3	Gli angoli E, F sono eguali.
pr.4.1.*a*	Dunque le basi AB, CD sono eguali.

Pro-

Probl. 4. Prop. 30.

D*Ato vn arco, diuiderlo in due eguali.*

Dato l'arco ABC
Bisogna diuiderlo in due archi AB, BC eguali,

Operatione.

post.1. | Si conduca la corda AC.
pr.10.1 | Si diuida AC in due eguali AD, DC
pr.11.1 | Si alzi BD perpendicolare ad AC.
| Dico, che gli archi AB, BC sono eguali.

Preparatione.

post.1. | Si conducano le rette AB, BC.

Dimostratione.

| Ne i triangoli BDA, BDC il lato BD è commune; i lati DA, DC sono eguali; e gli angoli retti BDA, BDC sono eguali.
pr.4.1.a | Le corde AC, BC sono eguali
pr.29.3. | Dunque gli archi AB, BC sono eguali.

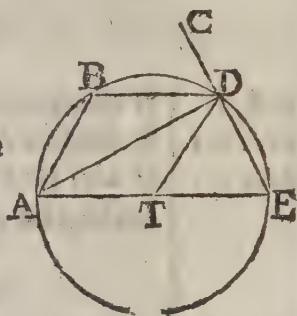
Teor. 27. Prop. 31.

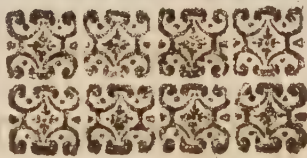
NEl circolo, α l'angolo ſoura il ſemicircolo è retto, β l'angolo ſoura il maggior ſegmento è minor del retto, γ l'angolo ſoura il minor ſegmento è maggior del retto, δ l'angolo del maggior ſegmento è maggior del retto, ε l'angolo del minor ſegmento è minor del retto.

ABE è ſemicircolo.
AED e maggior ſegmento
ABD è minor ſegmento
Dico, che l'angolo ABE ſoura il ſemicircolo è retto
Che l'angolo AED ſoura il maggior ſegmento è minor del retto.
Che l'angolo ABD ſoura il minor ſegmento è maggior del retto.
Che l'angolo del maggior ſegmento ADE è maggior del retto
Che l'angolo del minor ſegmento ADB è minor del retto.

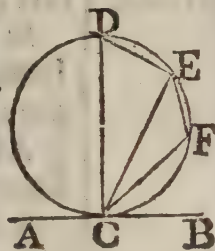
Preparatione.

pr. 1. 3	Si troui nel diametro AE il centro T.
poſt. 1.	Si conduca la retta DT
poſt. 2.	Si prolunghi la retta ED in C,

Di-

Dimostratione.

pr.20.3	Gli angoli DTE, DTA sono il doppio de gli angoli DAE, DEA.
pr.13.3	Gli angoli DTE, DTA sono eguali à due retti.
ass.7.	Gli angoli DAE, DEA sono eguali à vn retto.
pr.32.1	I tre angoli del triangolo ADE sono eguali à due retti.
ass.7.	Dunque il rimanente angolo ADE è retto.
pr.16.1	Dunque l'angolo AED è minor del retto.
pr.22.3	Nel quadrilatero ABDE, gli angoli opposti AED, ABD sono eguali à due retti.
	Dunque l'ang. ABD è maggior del retto.
	Dunque l'angolo del maggior segmento ADE è maggior del retto ADE.
	Dunque l'angolo del minor segmento ADB è minor del retto ADC.

Teor. 28. Prop. 23.

Toccandosi vn circolo, ed vna linea retta, se dal toccamento si condurrà vn'altra retta, che seghi il circolo in due portioni, farà con la tangente gli angoli eguali, à gli angoli sourapposti alle portioni alterne.

Il circ. DFC, & la retta ACB, si toccano nel punto C.
CE sega il circolo in due portioni CDE, CFE.
Dico, che gli angoli EDC, ECB sono eguali
Et che gli angoli EFC, ECA sono eguali.

Preparatione.

	Si conduca il diametro DC.
post.1.	Si conduca la retta DE.

Dimostratione.

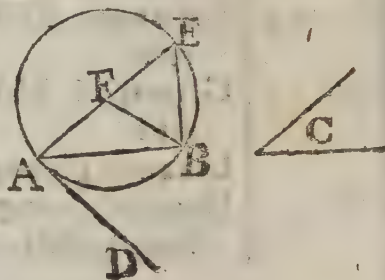
pr.32.1	I tre angoli del triangolo DEC sono eguali à due retti.
p.31.3	L'angolo DEC è retto
ass. 3.	Gli ang. EDC, ECD sono eguali ad vn retto

L'an-

pr.18.3	L'angolo DCB è retto
aſſ.1.	Gli angoli EDC, ECD ſono eguali all'angolo DCB
	Leuando l'angolo ECD commune
aſſ.3.	Dunque gli angoli rimanenti EDC, ECB ſono eguali
pr.22.3	Gli angoli EDC , EFC ſono eguali à due retti
pr.13.1	Gli angoli ECB, ECA ſono eguali à due retti
	Leuando gli angoli EDC. ECB eguali
aſſ.3.	Dunque gli angoli rimanenti EFC, ECA ſono eguali.

Probl. 5. Prop. 33.

DAto vn angolo, ed vna linea retta; descriuere soura la retta vna portione di cerchio capace dell'angolo dato.

Dato l'angolo C.
Data la retta AB.
Bisogna descriuere soura AB la portione AEB capace dell' angolo AEB eguale all'angolo C.

Operatione.

*pr.*23.1	Si faccia l'angolo BAD egualeall'ang. C.
*pr.*11.1	Si alzi AE perpendicolare sopra AD.
*pr.*23.1	Si faccia l'angolo ABF eguale all'ang. BAF
post. 3.	Dal centro F per A si conduca la cironferenza AFB, la quale passarà per B perche le rette FA, FB sono eguali.
*pr.*6.1.	Si conduca la retta BE.
post. 3,	Dico, che gli angoli BEA, C sono eguali.

Dimostratione.

d.17.1.	EFA è diametro.
*pr.*16.3	AD è tangente del circolo AEB.
*pr.*32.3	Gli angoli BAD, BEA sono eguali.
	Gli angoli BAD, C sono fatti eguali.
ass. 1.	Dunque gli angoli BEA, C sono eguali.

Probl.

Probl. 6. Prop. 34.

D*Ato vn angolo, ed vn circolo; tagliarne vna portione capace dell'angolo dato.*

Dato l'angolo C.
Dato il circolo AEB.
Bisogna tagliare la portione AEB capace dell'angolo dato C.

Operatione.

pr.1.3. Si troui il centro F.
post.1. Si conduca il diametro EFA.
pr.11.1 Si alzi AD perpendicolare ad EA.
pr.23.1 Si faccia l'angolo DAB eguale all'angolo C.

Dico, che AB taglia la portione AEB capace dell'angolo C.

Dimostratione.

pr.16.3 AD è tangente del circolo.
pr.32.3. L'angolo nella portione BEA è vguale all'angolo BAD.
L'angolo BAD è vguale all'angolo C.
ass. 1. Dunque la portione BEA è capace dell'angolo C.

pr.3.3 β | DE, EC sono eguali.
d.vn.2. | Il quadrato DE è vguale al rettang. CED.
ass. 1. | Dunque i rettang. AEB, CED sono eguali.

Suppongo, che CD non sia perpendicolare al diametro AEB.

Preparatione.

pr.12.1 | Si conduca dal centro F la perpendicolare FG.

Dimostratione.

pr.3.3 β | CG, GD sono eguali.
| Il quadrato FE con il rettangolo AEB.
pr.5.2. | Il quadrato FB.
d.vn.2. | Il quadrato FD.
pr.47.1 | I quadrati FG, GD.
pr.5.2. | I quadrati FG, GE con il rettangolo CED.
pr 47.1 | Il quadrato FE con il rettangolo CED.
| sono eguali.
ass 3. | Dunque i rettangoli AEB CED sono eguali.

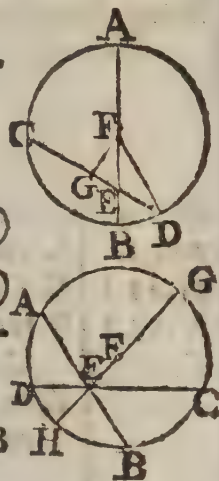
Resta da dimostrare quando AB, CD non siano diametri.

Preparatione.

post. 1. | Si conduca il diametro GFEH.

Dimostratione.

pr 35.3 | I rettangoli AEB, GEH sono eguali
pr.35.3 | I rettangoli GEH, CED sono eguali.
ass. 1. | Dũque i rettãgoli AEB, CED sono eguali.

Teor.

Teor. 29. Prop. 35.

SE nel circolo due rette ſi ſegano; i rettangoli delle parti dell'vna, e dell'altra ſono eguali.

Nel circolo ACBD le due AB, CD ſi ſegano nel punto E.

Dico, che i rettangoli AEB, CED ſono eguali.

Suppongo prima, che AEB, CED ſiano diametri.

Dimoſtratione.

*d.*17.1.	E è centro del circolo.
*d.*15.1.	AE, EB, CE, ED ſono eguali.
cor.def. vn 2.	Dunque i rettangoli AEB, CED ſono eguali.

Suppongo, che AEB ſia diametro, & che CED ſia perpẽdicolare ad AB.

Preparatione.

*pr.*1.3.	Si troui il centro T.
*poſt.*1.	Si conduca la retta TD.

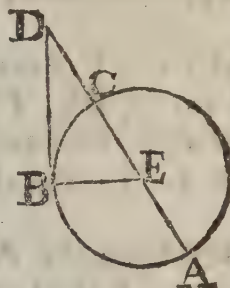
Dimoſtratione.

*d.*15.1	AB è diuiſa in parti eguali in T, & in parti diſeguali in E.
*pr.*7.3.	(Il rettangolo AEB con il quadrato TE.
*pr.*5.2.	Il quadrato di TB.
c.d.vn.	Il quadrato TD.
*pr.*47.1	I quadrati DE, TE. ſono eguali.
aſſ. 3.	I rettang. AEB è vguale al quadrato DE.

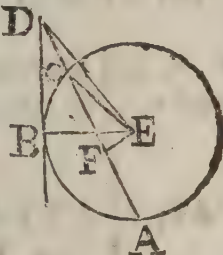
Teor.

Teor.30. Prop. 36.

SE da vn punto fuor del circolo caſcano nel circolo due linee, vna ſecante, e l'altra tangente; il rettangolo di tutta la ſecante, & della ſua portione, che ſtà fuor del circolo, è vguale al quadrato della tangente.

D è il punto fuor del circolo
La ſecante è DCA.
La tangente è DB.
Dico, che il rettangolo ADC è vguale al quadrato DB.

Preparatione.

	Se DCA paſſa per il centro E.
poſt. 1.	Si conduca la retta EB.
	Dimoſtratione.
*pr.*18.3	L'angolo EBD è retto
*d.*15.1.	AC è diuiſa per mezzo in C, & ſe gli aggiũge CD.
*pr.*6.2.	Il quadrato CE con il rettangolo ADC.
pr 47 3	(Il quadrato DE.
*aſſ.vn.*2	(I quadrati EB, BD.)
	(I quadrati EC, BD. ſono eguali)
aſs. 3.	Dunque il rettangolo ADC è vguale al quadrato BD.

Pre-

Preparatione.

	Se DCA non passa per il centro E
pr. 12.1	Si conduca la EF perpendicolare à DA
post. 1.	Si conduca la EC.

Dimostratione.

pr. 3.3	AC è diuisa per mezzo in F, & se gli aggiunge CD.
pr. 6.2	Il rettangolo ADC, con il quadrato FC è vguale al quadrato FD
	Aggiungendo commune il quadrato FE.
ass. 2.	Il rettangolo ADC con i quadrati EF, FC è vguale à i quadrati EF, FD.
	(I quadrati EF, FC
pr. 47 1	Il quadrato EC)
d. vn. 2	Il quadrato EB
	sono eguali
pr. 47.1	(I quadrati EF FD
pr. 47.1	Il quadrato ED
	I quadrati EB, BD)
	sono eguali
as. vn. 2	Il rettangolo ADC, con il quadrato EB è vgual a i quadrati EB, BD.
ass. 3.	Dunque il rettangolo ADC è vguale al quadrato BD.

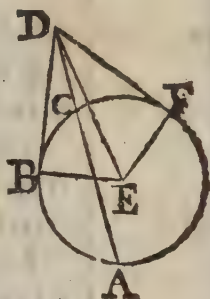
Teo-

Teor. 31. Prop. 37.

SE da vn punto fuor del circolo giungono al circolo due linee, vna delle quali lo ſeghi, e l'altra non lo ſeghi; & ſe il rettangolo di tutta la ſeccante, & della ſua portione, che ſtà fuor del circolo è vguale al quadrato dell' altra, l' altra è tangente.

D è il punto fuor del circolo
La ſecante è DCA
L'altra è DB
Il rettangolo ADC è vguale al quadrato DB.
Dico, che DB è tangente.

Preparatione.

pr. 17.3	Si conduca la tangente DF
pr. 1.3.	Si troui il centro E
poſt. 1.	Si conducano le rette DE, EF, EB.
	Dimoſtratione.
pr. 36.3.	Il quadrato DF è vguale al rettang. ADC.
aſſ. 1.	I quadrati DB, DF ſono eguali
	Ne i triangoli DBE, DFE il lato DE è commune
c. 46. 1.	I lati DB DF ſono eguali
d. 15. 1.	I lati BE, FE ſono eguali
pr. 8 1.	Gli angoli DFE DBE ſono eguali
pr. 18 3	L'angolo DFE è retto
aſſ. 12.	L'angolo DBE è retto
pr. 16.3	Dunque DB è tangente.

LIBRO QVARTO

De gli Elementi d'Euclide.

DEFINITIONI.

1 *DIcesi vna figura rettillinea inscritta in vn altra; quando ciascuno de gli angoli della inscritta tocca ciascuno de i lati dell' altra.*

2 *Parimente l'altra figura dicesi circonscritta.*

La figura ABCD dicesi inscritta alla figura EFGH.

Et la figura EFGH dicesi circonscritta alla figura ABCD.

E A H
B D
F C G

3 *Dicesi vna figura rettilinea inscritta nel circolo; quando ciascuno de gli angoli tocca la circonferenza.*

4 *Ma dicesi circonscritta: quando ciascuno de i lati tocca la circonferenza.*

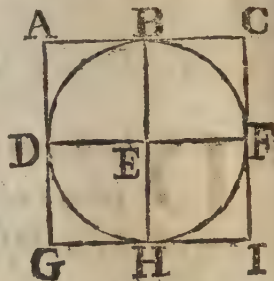
5 *Parimente dicesi il circolo inscritto in vna figura rettilinea, quando la sua circonferenza tocca ciascuno de i lati.*

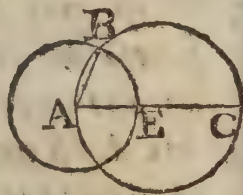
6 *Ma dicesi circonscritto; quando la circonferenza tocca ciascuno de gli angoli.*

La-

La figura ABCD diceſi inſcritta nel circolo ABCD
La figura ACIG diceſi circõſcritta al circolo BHD
Il circolo BFHD diceſi inſcritto nella figura ACIG
Il circolo ABCD diceſi circõſcritto alla fig. ABCD.

7 *Diceſi vna linea retta adattarſi nel circolo quãdo gli eſtremi di quella ſono nella circonferenza.*

Probl. 1. Prop. 1.

D*Ato vn circolo, e data vna linea retta minore del diametro, adattarle nel circolo vna retta eguale.*

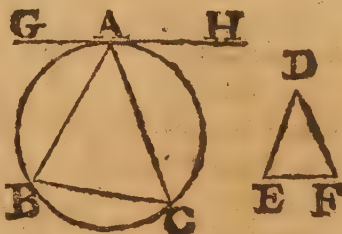
Dato il circolo ABC
Data la retta D minor del diametro AEC.
Biſogna adattare nel circolo la retta AB eguale à D.

Operatione.

pr. 2. 1.	Si tagli AE eguale à D.
poſt. 3.	Dal centro A per E ſi conduca la circonferenza EB, che seghi il circolo in B
poſt. 1.	Si conduca la retta AB.
	Dimoſtratione.
	D, AE ſono eguali
d. 15. 1.	AE, AB ſono eguali
aſſ. 1.	Dunque D, AB ſono eguali.

Pro-

Probl. 2. Prop. 2.

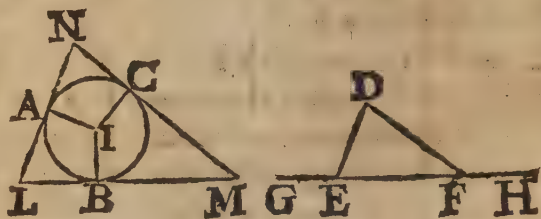
DAti vn circolo, e vn triangolo; inſcriuere nel circolo vn triangolo equiangolo al triangolo dato.

Dati il circolo ABC
Dato il triangolo DEF
Biſogna inſcriuere al circolo il triang ABC equiangolo al triangolo EDF.

Operatione.

pr.17.3.	Si conduca la GAH tangente del circolo in A.
pr.23.1.	Si faccia l'ãgolo GAB eguale all'angolo F, & l'angolo HAC, eguale all'angolo E,
poſt.1.	Si conduca la retta BC.
	Dico, che i triangoli ABC, DEF ſono equiangoli.
	Dimoſtratione.
pr.32.3	Gli angoli F, GAB, ACB ſono eguali.
	Gli angoli E, HAC, ABC ſono eguali.
pr.32.1 β	Tutti gli angoli del triangolo ABC ſono eguali à tutti gl'angoli DEF.
aß 3.	Gli angoli rimanenti D, BAC ſono eguali
	Dunque i triãg ABC, DEF ſono equiãgoli.

Probl. 3. Prop. 3.

Dato vn circolo, e vn triangolo circonscriuere al circolo vn triangolo equiangolo al triangolo dato.

Dato il circolo ABC.
Dato il triangolo DEF.
Bisogna circonscriuere al circolo il triangolo NLM equiangolo al triangolo DEF.

Operatione.

post. 2.	Si prolunghi la EF in GH.
pr. 1. 3.	Si troui il centro del circolo I.
post. 1.	Si conduca la retta IB.
pr. 23. 1	Si faccia l'angolo BIA eguale all' angolo GED, & l'angolo BIC eguale all'angolo HFD.
pr. 17. 3	Per li punti B, C, A si conducano le tangenti LM, MN, NL.
	Dico, che i triangoli NLM, DEF sono equiangoli.

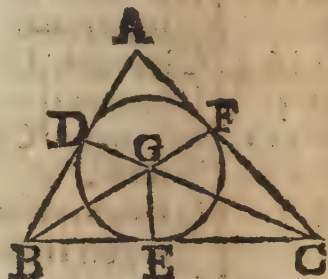
Di-

Dimoſtratione.

pr.32.1	Nel quadrilatero ALBI tutti gli angoli ſono eguali à quattro retti.
pr.16.3	Gli angoli IAL, IBL ſono due retti.
aſſ. 3.	I rimanenti AIB, L ſono eguali à due retti.
pr.13.1.	Gli angoli GED, DEF ſono eguali à due retti.
aſſ. 3.	Leuando gli angoli AIB, GED eguali; gli angoli rimanenti L, DEF ſono eguali.
	Parimente ſi dimoſtrerà, che gli angoli M, DFE ſono eguali.
pr.16.1	Gli angoli DEF, DFE ſono minori di due retti.
aſſ.1.	Gli angoli L, M ſono minori di due retti.
prop.28 & 29.1	Le rette LN, MN non ſono parallele, ma concorrenti nel punto N.
pr.32.1	Tutti gli angoli NLM, ſono eguali à tutti gli angoli del triangolo DEF.
aſſ. 3.	Leuando gli angoli eguali LM, EF, i rimanenti N, D ſono eguali.
	Dunque i triangoli NLM, DEF ſono equiangoli.

Probl. 4. Prop. 4.

IN un dato triangolo; inſcriuere un circolo.

Dato il triangolo ABC, Biſogna inſcriuergli il circolo DEF.

Preparatione.

pr.23.1	Si diuida ciaſcuno de gli ang. B, C in due eguali, per le rette BG, CG concorrenti nel punto G.
pr.12.1	Si conducano le GD, GE, GF perpendicolari ſopra i lati AB, BC, CA.
poſt.3.	Dal centro G, per il punto D, ſi conduca la circonferenza del circolo DEF.

Dimoſtratione.

	Ne i triang. GBE, GBD il lato GB è commune; gli ang. GBE, GBD; & gli ang. retti GEB, GDB ſono eguali frà di loro.
pr.26.1	Le rette GE, GD ſono eguali.
β	Parimente ſi dimoſtreranno le rette GE, GF eguali
d.15.1	Li punti D, E, F ſono nel circolo, che ſi è deſcritto.
pr.16.3	Et le rette AB, BC, CA toccano il medeſimo circolo ne i punti D E, F.
d.5.4.	Dunque il circolo DEF è inſcritto al triangolo ABC.

Pro-

Probl. 5. Prop. 5.

A *Vn triangolo dato; circonscriuere vn circolo.*

Dato il triangolo ABC.
Bisogna circonscriuergli il circolo ABC.

Operatione.

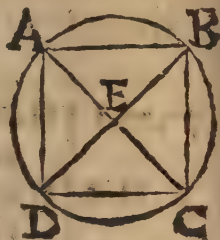
pr.10.1 | Si diuidano i lati AB, AC per mezzo nei pũti E,F
pr.11.1 | Si alzino le perpendicolari ED soura AB, & FD soura AC, che concorrano nel punto D.
post. 3. | Dal centro D per A si conduca la circonferenza ABC.
post. 1. | Si conducano le rette DB, DC.

Dimostratione.

Nei triang. AED, BED il lato DE è commune; i lati EA, EB sono eguali; gli angoli retti DEA DEB sono eguali.
pr.4.1. | Le basi DA, DB sono eguali.
Parimente si dimostrerà, che DA, DC sono eguali.
d.15.1. | Il circolo descritto passa per li punti B,A,C
d.16.4. | Dunque il circolo è circonscritto al triangolo ABC.

Probl. 6. Prop. 6.

N *El dato circolo inscriuere vn quadrato.*

Dato il centro ABCD.
Bisogna inscriuere il quadr. ABCD.

Operatione.

pr.1.3	Si troui il circolo dell circolo E.
post.1.	Si conduca il diametro AEC.
pr.11.1	Si alzi il diametro perpendicolare DEB.
post.1.	Si conducano le rette ABCDA.
	Dico, che la figura rettilinea ABCD è quadrato.

Dimostratione.

	Ne i triangoli AED, AEB i lati, e gli ãgoli AED, AEB sono eguali.
pr.4.1	Le basi AB, AD sono eguali.
	Parimente si dimostraranno le rette AB, BC, CD eguali.
p.31.3	Nel semicircolo DAB l'ãgolo DAB è retto
	Parimente si dimostraranno gli angoli A, BC, BCD, CDA retti.
d.29.1	Dunque la figura rettilinea ABCD è quadrato.

Pro-

Probl. 7. Prop. 7.

A *Vn dato circolo circonſcriuere vn quadrato:*

Dato il circolo BDHF.
Biſogna circonſcriuergli il quadrato AGIC.

Operatione.

pr.1.3	Si troui il centro del circolo E.
poſt.1.	Si conduca il diametro BEH.
pr.11.1	Si conduca il diametro DEF perpendicolare à BEH.
pr.17.3	Per li punti BDHF ſi conducano le tangenti CAGIC; le quali dico, che rinchiudono il quadrato circõſcritto al circolo.

Dimoſtratione.

pr.16.3	L'angolo ABE è retto.
pr.28.1	AC, GI ſono parallele à DF.
pr.28.1	AG, CI ſono parallele à BH.
pr.34.1	AC, GI, AG, CI ſono eguali al diametro del circolo, e però ſono eguali frà di loro
pr.34.1	Gli angoli A, C, I, G ſono eguali à ciaſcuno de gli angoli retti, che ſi fanno ad E.
aſ.12.	Gli angoli A, C, I, G ſono retti.
d.29.	Dunque ACIG è quadrato.

Probl. 8. Prop. 8.

NEl dato quadrato inscriuere vn circolo.

Dato il quadrato AI.
Bisogna inscriuergli vn circolo.

Operatione.

pr.10.1 | Si diuidano i lati egual, mente nei punti BDHF.

post.1. | Si conducano per li punti opposti le rette BHDF, che si segano in E.

post.3. | Dal centro E per B si conduca la circonferenza del circolo BDHF, il quale dico, che è inscritto al quadrato.

Dimostratione.

pr.33.1 | AC, GI, DE / AG, CI, BH) sono parallele, & eguali.

pr.33.1 | ED, EB, EH, EF sono eguali alla metà del lato del quadrato.

d.15.1 | Dũque il circolo passarà per lj pũti D.H.F

d.29. | Gli angoli A, C, I, G sono retti.

pr.29.1 | Gli angoli, che si fanno à i punti B, F, H, D sono retti.

pr.16.3 | Dũque il circolo tocca i lati del quadrato; e però è inscritto nel quadrato.

Pro-

Probl. 9. Prop. 9.

A Vn dato quadrato circonſcriuere vn circolo.

Dato il quadrato ABCD.
Biſogna circonſcriuergli il circolo.

Operatione.

poſt.1. Si conducano la rette AC, DB, che ſi ſegano nel punto E.

poſt.3. Del centro E per A ſi conduca la circonferēza del circolo, il quale dico, che è circonſcritto al quadrato.

Dimoſtratione.

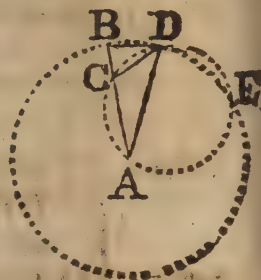
pr.32.1 Gli angoli ABD, ADB, BAC, BCA ſono
pr.5.1. ſemiretti, ed eguali frà di loro.
pr.6.1. EA, EB, EC. ED ſono eguali frà di loro.
d.15.1. Dūque il circolo paſſa per li punti ABCD, & è circonſcritto al quadrato.

Pro-

Prob. 10. Prop. 10.

F*Ar vn triangolo isoscele, nel quale ciascuno de gli angoli alla base sia doppio del rimanente.*

Bisogna fare il triangolo Isoscele ABD, nel quale l'ang. ABD sia doppio dell'angolo A.

Operatione.

Si elegga la retta AB.
pr.11.2 Si diuida nel punto C. in modo, che il rettangolo ABC sia eguale al quadr. CA.
post.3. Dal centro A per B si conduca la circonferenza BDE.
pr.1.4 Nel circolo BDE si addatti la retta BD eguale ad AC.
post.1. Si conduca la retta DA.

Preparatione.

post.1. Si conduca la retta DC.
pr.5.4. Si circonscriua vn circolo al triang. ACD.

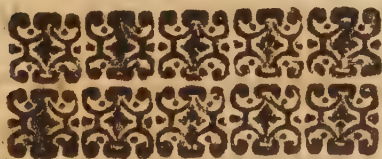
Dimostratione.

Il rettangolo ABC
Il quadrato CA
Il quadrato BD } sono eguali.

pr.37.3 BD è tangente del circolo ACDE.

Gli

pr.32.1	Gli angoli del triangolo ADB sono eguali à gli angoli del triangolo DBC.
ß	
pr.32.3	Gli angoli BAD CDB sono eguali.
	L'angolo ABD è commune.
ass.3.	Gli angoli rimanenti ADB, DCB sono eguali.
pr.5.2.	Gli angoli ADB. ABD sono eguali.
ass.1.	Gli angoli DEC, DCB sono eguali.
pr.6.1.	I lati BD, DC sono eguali.
ass.1.	I lati DC, CA sono eguali.
pr.5.1.	Gli angoli CAD, CDA sono eguali
pr.32.1	L'ang DCB è doppio dell'angolo DAC.
ass.1.	L'angolo DBA è doppio dell'angolo DAB
	Dũque si è fatto il triangolo isoscele ABD, nel quale ciascuno de gli angoli alla base, come ABD, è doppio dell'angolo rimanente BAD.

Pro-

Probl 11. Prop. 11.

NEl dato circolo inſcriuere vn pentagono equilatero, & equiangolo.

Dato il circolo ACD. Biſogna inſcriuergli vn pentagono equilatero, & equiangolo.

Operatione.

pr.10.4.	Si faccia l'iſoſcele FGH, nel quale ciaſcuno de gli angoli G, H ſia doppio dell' angolo F.
pr 2.4.	Si inſcriua nel circolo il triangolo ACD equiangolo al triangolo FGH.
pr.30 3	Si diuidano gli archi eguali AC, AD per mezo ne i punti B, E.
poſt. 1.	Si conducano le rette ABCDEA, le quali dico, che rinchiudono vn pentagono equilatero, & equiangolo.

Preparatione.

poſt. 1.	Si conduca la retta CE,

Di

Dimostratione.

Perche l'angolo G è doppio dell'angolo F; l'angolo ACD è doppio dell' angolo CDA.

Perche gli angoli ACE ECD sono eguali, l'angolo ACD è doppio dell' angolo ECD

ass.7. Gli angoli CAD, ECD sono eguali.

pr.26 3 Gli archi CD DE sono eguali.

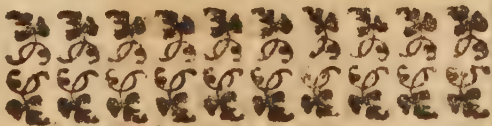
ass 1. Gli archi CD, AE sono eguali.

ass.2. Gli archi BDE DEA sono eguali.

pr.27.3 Gli angoli CDF, DEA sono eguali.

Cosi si dimostrerà, che tutti i lati, e tutti gli angoli del pentagono ABCDE sono eguali.

Dunque il pentagono ABCDE è equilatero, & equiangolo.

Pro-

Probl. 12. Prop. 12.

A *Vn dato circolo circonſcriuere vn pentagono equilatero, & equiangolo.*

Dato il circolo BDH.
Biſogna circonſcriuergli vn pentagono equilatero, & equiangolo.

Operatione.

pr.11.4. | Inſcriuaſi nel circolo vn pentagono equilatero, & equiangolo, gli angoli del quale ſiano ne i punti BDFHL.

pr.17.3 | Per li punti BDFHL ſi conducano le tangenti ACEGIA, le quali dico, che racchiudono vn pentagono equilatero, & equiangolo.

Preparatione.

pr.1.3. | Si troui il centro M.

poſt.1. | Si conducano le rette MD, MF, MH.

Dimoſtratione.

pr.18.3 | Gli angoli MDE, MFE, MFG, MHG ſono retti.

i qua-

pr.47.1	I quadrati MD, DE } Il quadrato ME } I quadrati MF, FE } sono eguali.
ass 3.	I quadrati DE, FE sono eguali.
	Le rette DE, FE sono eguali.
pr.8.1	Gli angoli DME, FME sono eguali.
	L'angolo DMF è doppio dell'angolo EMF
	Parimente l'angolo FMH è doppio dell'angolo GMF.
pr.27.3	Gli angoli DMF, FMH sono eguali.
ass.7.	Gli angoli EMF, GMF sono eguali.
pr.26.1	EF, FG sono eguali.
	EG è doppia di EF,
	Parimente EC è doppia di ED.
ass.6.	I lati EG, EC sono eguali.
pr.8.1	Gli angoli MED, MEF, MGF, MGH sono eguali.
ass.6.	Gli angoli E, G sono eguali.
	Cosi si dimostrarà, che tutti i lati, e tutti gli ang. del pentagono ACEGI sono eguali
	Dunque il pentagono ACEGI è equilatero, & equiangolo.

Pro-

Probl. 13. Prop. 13.

IN vn dato pentagono equilatero, & equiangolo inſcriuere vn circolo.

Dato il pentagono ACEGI.
Biſogna inſcriuerli vn circolo.

Operatione.

pr 9.1	Si diuidano gli angoli A, C in parti eguali, per le rette AO, CO.
poſt. 1.	Si conducano le rette EO, GO, IO.

Dimoſtratione.

aß. 7.	Gli angoli OAC, OCA ſono eguali.
pr 5.1.	OC, OA ſono eguali.
pr.4 1	Perche i lati, e gli angoli OCA, OCE ſono eguali; le baſi OA, OE ſono eguali; e gli angoli OAB, OEB ſono eguali.
	Così ſi dimoſtrarà, che tutti gli angoli à i punti ACEGI fatti dalle linee concorrenti in O, & da i lati del pentagono, ſono eguali.

Segue l' Operatione.

pr.12.1.	Si conducano del punto O à i lati del pentagono le perpendicolari OB, OD, OF, OH, OL.

Di-

Dimoſtratione.

pr.26.1 ß. | Perche ne i triangoli OCB, OCD il lato OC è commune gli angoli OCB, OCD; & gli angoli retti OBC, ODB ſono eguali: le perpendicolari OB, OD ſono eguali. Così ſi dimoſtrerà, che tutte le perpendicolari ſono eguali.

Operatione.

poſt. 3. | Dal centro O con l'interuallo OB ſi deſcriua vn circolo; il quale dico, che è inſcritto al pentagono.

Dimoſtratione.

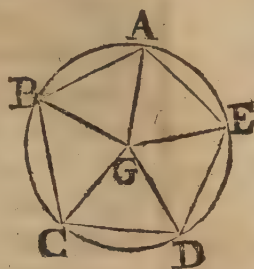
d.15.1 | La circõferenza paſſa per li punti BDFHL.

pr.16.3 | Tocca ciaſcuno de i lati, che ſtanno perpendicolari à i diametri del circolo OB. OD, &c.

d.5.4. | Dunque il circolo è inſcritto al pentagono.

Probl. 14. Prop. 14.

A Vn dato pentagono equilatero, & equiangolo circonſcriuere vn circolo.

Dato il pentagono ABCDE.
Biſogna circonſcriuergli vn circolo.

Operatione.

pr.9.1.	Si diuidano in parti eguali gli angoli A, B, per le rette concorrenti nel punto G.
poſt.1.	Si conducano le rette GE, GD, GC.
poſt. 3.	Dal centro G per A ſi conduca vn circolo; il quale dico, che è circonſcritto al pentagono.

Dimoſtratione.

aſſ.7.	Gli angoli GAB, GBA ſonō eguali.
pr.5.1.	GA, GB ſono eguali.
pr.4.1.	Perche i lati, e gli angoli GBA, GBC ſono eguali; le baſi GB, GC ſono eguali.
	Coſi ſi dimoſtrerà, che le rette condotte dal cētro G à gli ang. ABCDE ſono eguali.
d.15.1.	Il circolo tocca gli angoli A, B, C, D, E.
deſ.6.	Dunque il circolo è circonſcritto al pentagono,

Probl. 15. Prop. 15.

IN vn dato circolo inscriuere vn'essagono equilatero, & equiangolo.

Dato il circolo ABD

Bisogna inscriuergli l'essagono equilatero, & equiangolo.

Operatione.

pr 1.3. | Si troui il centro G.

post.1. | Si conduca il diametro BGE.

pr.1.4. | Si adatti nel circolo la BC eguale à BG.

pr.30.3 | Si diuida l'arco CE, in parti eg. nel pũto D.

post.1. | Si cõducano le rette CGF, DGA; & le rette CDEFAB; le quali, dico, che chiudono l'essagono equilatero, & equiangolo.

Dimostratione.

d.15.1. | CGB è triangolo equilatero.

pr.5.1. | Gli angoli del triangolo CGB sono eguali frà di loro.

pr.32.1 | Et sono eguali à due retti; e però ciascuno di loro è la terza parte di due retti.

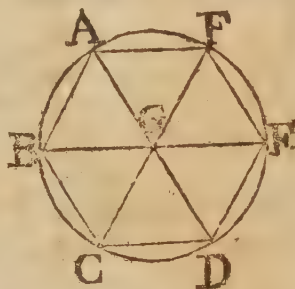
pr.32.1 | L'angolo esterno GCE è due terze parti di due retti.

pr.27.3 | Gli ang. CGD, CGE sono eguali; e però ciascuno di loro è la terza parte di due retti.

pr.4.1. | Perche gli ang. & i lati DGE, DGC sono eguali; ãche i lati DC, DE, e gl'ang che cõtengono cõ i diametri DG, GE sono egu.

Così si dimostrerà; che tutti i lati, e tutti gli ang. dell'essagono sono eguali frà di loro.

Dunque l'essagono è equilatero, & equiangolo.

Probl. 16. Prop. 16.

IN vn dato circolo inſcriuere vn quindecagono equilatero, & equiangolo.

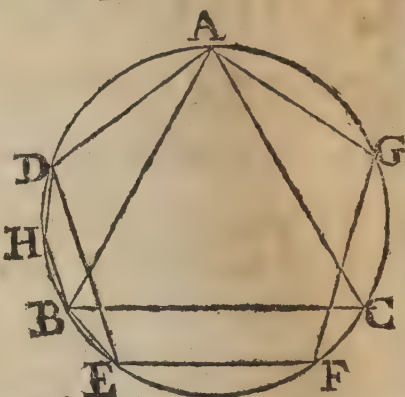
Dato il circolo ACD.
Biſogna inſcriuergli vn quindecagono equilatero, & equiangolo.

Operatione.

pr. 2.4. | Si inſcriua nel circolo il triangolo equilatero; vn lato del quale ſia AB.
pr. 11.4 | Si inſcriua nel circolo il pentagono; vn lato del quale ſia AD.
pr. 17.3 | Si diuida l'arco BD in due eguali BH, HD
poſt. 1. | Si conduca la retta BH.
pr. 1.4. | La BH ſi adatti 15. volte attornò la circonferenza; e per eſſa, dico, che è deſcritto il quindecagono equilatero, & equiangolo.

Dimoſtratione.

Se la circonferenza del circolo è parti 15.
L'arco AB è la terza parte cioè parti 5.
Et l'arco AD è la quinta parte cioè parti 3.
Reſta, che l'arco BD ſia parti 2.
Et l'arco BH ſia vna quintadecima parte della circonferenza.
Dunque adattādoſi BH quindici volte nella circonferenza deſcriuere il quindecagono equilatero, & equiangolo: perche gli angoli ſono ſempre ſourapoſti à portioni eguali.

LI-

LIBRO QVINTO
De gli Elementi d'Euclide.

DEFINITIONI.

1 *DI due grandezze diseguali; la minore dicesi parte della maggiore; quando la minore misura la maggiore.*

2 *Et la maggiore dicesi molteplice della minore; quando la maggiore è misurata della minore.*

A

I—I

B

I——I

A, B sono grandezze diseguali.

La minore A misura tre volte la maggiore B. Dicesi A parte di B, & B dicesi molteplice di A.

3 *Ragione dicesi il riguardo; che hanno frà di loro due grandezze, del medesimo genere, secondo la quantità.*

4 *Proportione dicesi la somiglianza delle ragioni.*

5 *Le grandezze si dicono hauer ragione frà di loro; quando moltiplicandosi, possono l'vna l'altra superarsi.*

6 *Di quattro grandezze; la prima alla seconda, dicesi essere nella medesima ragione, che*

è la terza alla quarta: quando, preſe due vgualmente molteplici della prima, e della terza, ſecondo qualſiuoglia moltiplicatione; e preſe due altre vgualmente molteplici della ſeconda, e della quarta, ſecondo qualſiuoglia altra moltiplicatione; ſe la molteplice della prima; è maggiore della molteplice della ſeconda, ancora la molteplice della terza e maggiore della molteplice della quarta; ſe vguale, vguale; ſe minore, minore.

A, B, C, D ſono quattro grandezze.

A 3	B 4	C 6	D 8
E 21	F 16	G 42	H 32
E 36	F 36	G 72	H 72
E 9	F 20	G 18	H 40

Preſe le vgualmente molteplici della prima, e della terza A, C, che ſono E, G ſecondo qualſiuoglia moltiplicatione.

Preſe le vgualmrnte molteplici della ſeconda, e della quarta B, D, che ſono F, H ſecondo qualſiuoglia moltiplicatione.

Se E è maggiore di F, ancora G è maggiore di H;
Se E è vguale ad F, ancora G è vguale ad H.
Se E è minore di F, ancora G è minore di H.
Suppoſte tutte queſte coſe verificarſi ſempre.
Si dice, che A à B hà la medeſima ragione, che C à D.

7 *Le grandezze, che hanno la medeſima ragione, ſi dicono proportionali.*

8 *Di*

8 *Di quattro grandezze; la prima alla ſeconda, diceſi hauer maggior ragione, che la terza alla quarta: quando preſe due vgualmente molteplici della prima, e della terza; e preſe due vgualmente molteplici della ſeconda, e della quarta ſecondo alcune moltiplicationi; ſe la molteplice della prima è maggiore della molteplice della ſeconda, la molteplice della terza non è maggiore della molteplice della quarta.*

A, B, C, D ſono quattro grandezze.	A 5	B 6	C 3	D 4
Preſe le egualmente molteplici di A, C, che ſono E, G;	E 20	F 18	G 12	H 12
	E 25	F 24	G 15	H 16

Preſe le vgualmente molteplici di B, D, che ſono F, H;
Se E è maggiore di F; G non è maggiore di H:
Si dice, che A à B hà maggior ragione, che C à D.

9 *La proportione cōſiſte almeno in tre termini.*

10 *Se tre grandezze ſono proportionali (cioè, ſe la prima alla ſeconda hà la medeſima ragione, che la ſeconda alla terza) la prima alla terza, ſi dice hauer ragione duplicata, della prima alla ſeconda.*

β *Ma ſe quattro grandezze ſono continuamēte proportionali (cioè, ſe la prima alla ſeconda,*

seconda alla terza, la terza alla quarta, la medesima ragione; hanno la prima alla quarta, si dice hauer ragione triplicata, della prima alla seconda.

7 *E così la proportione delle estreme si dice sempre moltiplicata della proportione della prima alla seconda, secondo il numero delle proportionali, dopo la prima.*

11 *Homologe, e simili nelle ragioni proposte si dicono le antecedenti, e le conseguenti frà di loro.*

Le ragioni proposte sono A à B C à D, E ad F.

A, C, E sono le antecedenti, & si dicono homologi frà di loro.

B, D, F sono le conseguenti, & si dicono homologe frà di loro.

A	B
C	D
E	F

12 *Permutate si dicono le ragioni quando si paragonano le antecedenti, & le conseguenti frà di loro.*

Permutate le ragioni A à B, e C à D, si fanno le ragioni A à C, e B à D.

13 *Conuersa dicesi la ragione, quando si paragona il conseguente, come se fosse antecedente, all'antecedente, come se fosse conseguente.*

Conuersa la ragione A à B, si fà la ragione B ad A.

14 *Com-*

14 *Compoſitione dalla ragione ſi dice: quando ſi paragona la ſomma dell' antecedente, e conſeguente, alla conſeguente.*

Componendoſi la ragione A à B, ſi fà la ragione della ſomma di AB à B.

15 *Diuiſione della ragione ſi dice: quando ſi paragona l' eceſſo dell' antecedente, ſoura la conſeguente alla conſeguente.*

Diuidendoſi la ragione A à B, ſi fà la ragione dell' eceſſo di A ſoura B à B.

16 *Conuerſione della ragione ſi dice; quando ſi paragona l' antecedente all' eceſſo dell' antecedente ſoura la conſeguente.*

La ragione A à B, per la conuerſione, ſi fà la ragione di A all'eceſſo di A, ſoura B:

17 *Ragione per l'egualità ſi dice: quando, paragonate, che ſono le grandezze in due ordini d' egual moltitudine à due à due, ſi paragonano poi le eſtreme frà di loro.*

ABC, DEF ſono due ordini di grandezze di moltitudine eguali, ne i quali ſuppongo, che ſiano paragonate le grandezze à due à due A à B, D ad E, B à C, E ad F; hora per l'egualità ſi fanno le ragioni delle eſtreme A à C, e D ad F.

A B C
D E F

18 *Ordinata ſi dice la proportione; quando ſarà, come l' antecedente alla conſeguente della*

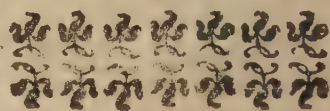
pri-

prima ragione, così l'antecedente alla conseguente della seconda ragione: e come la conseguente della prima à qualche altra cosa, così sarà la conseguente della seconda à qualche altra cosa.

19 *Perturbata si dice la proportione; quando sarà, come l'antecedente alla conseguente della prima ragione, così l'antecedente alla conseguente della seconda ragione: e come la conseguente della prima à qualche altra cosa; così qualche altra cosa all'antecedente della seconda.*

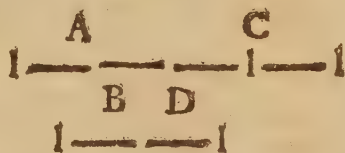
Come A à B, così stà D ad E; e come B à C, così stà E ad F: la proportione delle grandezze ABC, DEF, si dice ordinata.

A	B	C
D	E	F

Come A à B, così sta E ad F; e come B à C, così stà D ad E: la proportione delle grandezze ABC, DEF si dice perturbata.

Teor.

Teor. 1. Prop. 1.

SE alquante grandezze ſono egualmente molteplici di altretante parti; ancora la ſomma delle molteplici è vgualmente molteplice della ſomma delle parti.

A è vgualmente molteplice di B, come C di D.

Dico, che la ſomma di AC è vgualmente molteplice della ſomma di BD, come A di B.

A C
B D

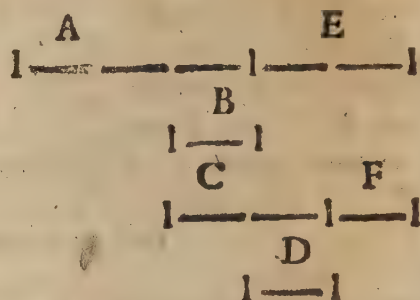
Dimoſtratione.

B miſura A tante volte, quante D miſura C: ed altretante volte, quante la ſomma di BD miſura la ſomma di AC.

Dunque la ſomma di AC è vgualmente molteplice della ſomma di BD, come A di B.

Teor. 2. Prop. 2.

SE la prima è vgualmente molteplice della seconda, come la terza della quarta; & se la quinta è vgualmente molteplice della seconda, come la sesta della quarta; la somma della prima, e della quinta è vgualmente molteplice della seconda, come la somma della terza, e della sesta è molteplice della quarta.

A è vgualmente molteplice di B, come C di D.
E è vgualmente molteplice di B, come F di D.
Dico, che la somma di AE è vgualmente molteplice di B, come la somma di CF è molteplice di D.

Dimostratione.

La moltitudine delle parti A è vguale alla moltitudine delle parti C.
La moltitudine delle parti E è vguale alla moltitudine delle parti F.
Dunque la moltitudine delle parti AE è vguale alla moltitudine delle parti CF per l'ass. 12.
Dunque la somma di AE è vgualmente molteplice di B, come la somma di CF è molteplice di D.

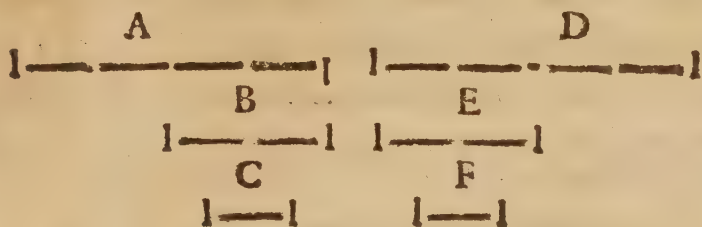
Teo-

Teor. 3. Prop 3.

SE in due ordini di tre grandezze l'vno, le prime ſono egualmente molteplici delle ſeconde; & le ſeconde ſono egualmente molteplici delle terze, per l'egualità, ſono le prime egualmente molteplici delle terze.

A D

B E

C F

ABC, DEF ſono due ordini di tre grandezze l'vno.
A è vgualmente molteplice di B, come D di E.
B è vgualmente molteplice di C, come E di F.
Dico per l'egualità, che A è vgualmente molteplice di C, come D di F.

Dimoſtratione.

Vna parte di A eguale à B è vgualmente molteplice di C, come vna parte di D eguale ad E è moltepl ce di F.

Due parti di A eguali à B ſono egualmente molteplici di C, come due parti di D eguali ad E ſono molteplici di F. Per la Prop 2.

Parimente, perche le parti di A eguali à B ſono altretante, quante le parti di D eguali ad E; prouaremo, che A è vgualmente molteplice di C, come D di F.

Teor,

Teor. 4. Prop. 4.

SE la prima alla seconda hà la medesima ragione, che la terza alla quarta; e sono prese le vgualmente molteplici della prima, e della terza; & altre vgualmente molteplici della seconda, e della quarta la molteplice della prima alla molteplice della seconda hà la medesima ragione, che la molteplice della terza alla molteplice della quarta.

A à B hà la medesima ragione, che C à D.	A	B	C	D
E G sono egualmente molteplici di AC.	E	F	G	H
FH sono egualmente molteplici di BD.	I	K	L	M

Dico, che E ad F hà la medesima ragione, che G ad H.

Preparatione.

Si facciano IL egualmente molteplici di EG; e KM egualmentr molteplici di FH.

Dimo-

Dimostratione.

pr. 3.5. Perche IL sono egualmente molteplici di EG; & EG egualmente molteplici di AC. per l'egualità IL sono egualmente moltiplica di AC.

Parimente si dimostrerà, che KM sono egualmente molteplici di BD.

d.6.5. Perche ABCD sono proportionali; se I è maggiore di K, ancora L è maggiore di M; se vguale, vguale; se minore minore.

d.6.5. Dunque E ad F hà la medesima ragione, che G ad H.

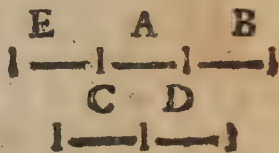
Teor.

Teor. 5. Prop. 5.

SE vna grandezza è egualmente molteplice d'vn altra come la portione, che si leua dall'vna, è molteplice della portione, che si leua dall'altra, ancora la rimauente dall'vna è vgualmente molteplice della rimanente dall'altra.

AB è vgualmente molteplice di CD come A di C.
Dico, che B è vgualmente molteplice di D, come A di C.

E A B

C D

Preparatione.

Si faccia E vgualmente molteplice di D, come A di C.

Dimostratione.

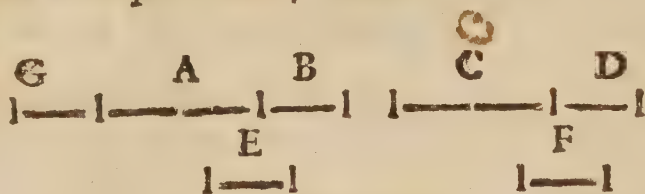
pr.1.5.	EA è vgualmente molteplice di CD, come A di C; come di AB di CD.
	EA, & AB sono eguali.
ass.3.	E, B sono eguali.
	Dunque B è vgualmente molteplice di D, come A di C.

Teor.

Teor. 6. Prop. 6.

SE due grandezze ſono egualmente molteplici di due altre, & ſe due portioni delle prime ſono egualmente molteplici delle ſeconde; le rimanenti dalle prime ſono eguali, ouero egualmente molteplici delle ſeconde.

G A B C D

E F

AB è vgualmente molteplice di E, come CD di F.
A è vgualmente molteplice di E, come C di F.
Dico, che B è vguale, oueſo egualmente molteplice di E come D di F.

Preparatione.

Come D è vguale, ouero egualmente molteplice di F; coſi ſi faccia G eguale, ouero egualmente molteplice di E.

Dimoſtratione.

GA è vgualmente molteplice di E, come CD di F; e come AB di E. Per la prop. 2.
GA, & AB ſono eguali.
AG, B ſono eguali.
Dunque B è vguale, ouero egualmente molteplice di E, come D di F. Per l'aſſ. 3.

Teor. 7. Prop. 7.

LE grandezze eguali alla medesima hanno la medesima ragione: & la medesima alle vguali.

A	C	B	C
D	E	D	E

AB sono grandezze vguali
Dico, cha A à C hà la medesima ragione, che B à C.
E conuertendosi, che C ad A hà la medesima ragione, che C à B.

Preparatione.

Si prendano le grandezze D D egualmente molteplici delle vguali, A.B.
AB, & le E E vgualmente molteplici di C.

Dimostratione.

D D sono eguali frà di loro.
E E sono eguali frà di loro.
Se D, come molteplice di A, è maggiore di E, anà cora D, come molteplice di B, è maggiore di E: se vguale, vguale: se minore, minore.
Dunque A à C hà la medesima ragione, che B à C. Per la def. 6.
E conuertendosi, C ad A hà la medesima ragione, che C à B.

Teor.

Teor. 8. Prop. 8.

DElle grandezze diſeguali, la maggiore ad vn'altra hà maggior ragione, che la minore:e conuertendoſi, l'altra alla minore hà maggior ragione, che alla maggiore.

A è maggiore di B.
Dico; che A à C hà maggior ragione, che B à C.
E cōuertendoſi, che C à B a maggior ragione, che C ad A.

E
D
A C B C
EF G F G

Preparatione.

Sia D l'eceſſo di A ſoura B.
Si prenda D tante volte in E, che ſi faccia maggiore di C.
Facciaſi F egualmente moltiplice di B, come E è molteplice di D.
Si prenda C tante volte in G, che ſi faccia la prima volta maggiore di F.

Dimoſtratione.

Petche G è quel molteplice di C, che ſi fà la prima volta maggiore di F; non ſara l'eceſſo di G ſoura

F maggiore di C.
E è maggiore di C.
Dunque E maggiore dell'eccesso di G soura F.
Dunque (Aggiungendo F commune) EF è maggiore di G.

		E	
		D	
A	C	B	C
EF	G	F	G

Perche E, F sono egualmente molteplici di D, B ancora EF è vgualmente molteplice di DB, come F di B. Per la prop 2.
DB è vguale ad A.
Dunque EF è vgualmente moltepli ce di A come F di B.
EF è maggiore di G; & F è minore, come si è dimostrato.
Dunque A à C hà maggior ragione, che B à C. Per la def 7.
E perche G è maggiore di F: & è minore di EF.
Dunque conuertendosi, C à B hà maggior ragione, che C ad A. Per la medesima def. 7.

Teor-

Teor. 9. Prop. 9.

LE grandezze, che hanno la medesima ragione ad vna medesima grandezza; sono eguali: e quelle, alle quali vna medesima grandezza hà la medesima ragione, sono eguali.

A à B hà la medesima ragione, che C à B.   A   B   C   B

Dico, che AC sono eguali.

Instanza.

AC sono diseguali, & A è maggiore.

Risposta.

pr.8. | A à B hauerà maggior ragione, che C à B contro la suppositione, che habbiamo fatta.

ass.16. | Dunque AC sono eguali.

B à C hà la medesima ragione, che B ad A.

Dico, che AC sono eguali.

Instanza.

AC sono diseguali, e C è minore.

Risposta.

pr.8. | B à C hauerà maggior ragione, che B ad A. contro la suppositione.

ass.16. | Dunque AC sono eguali.

Teor. 10. Prop. 10.

DI due grandezze, che hanno ragioni diseguali ad vna medesima, quella, che hà la ragione maggiore, è maggiore, e quella, alla quale la medesima hà la ragione maggiore, è minore.

A à C hà maggior ragione, che B à C.

A C B C

Dico, che A è maggiore di B.

Instanza.

A non è maggiore di B; mà eguale, ò minore.

Risposta.

pr.8.	A à C hauerà eguale, ò minor ragione, che B à C. contro la suppositione.
ass.16.	Dunque A è maggiore di B.

C à B hà maggior ragione, che C ad A.

Dico, che B è minore di A.

Instanza.

B non è minore di A; mà eguale, ò maggiore.

Risposta.

pr.8.	C à B hauerà eguale, ò minor ragione, che C ad A. contro la suppositione.
ass.16.	Dunque B è minore di A.

Teo-

Teor. 11. Prop. 11.

LE ragioni, che sono le medesime ad vna istessa, sono le medesime frà di loro.

A à B hà la medesima ragione, che C à D.
C à D hà la medesima ragione che E ad F.

A	B	C	D	E	F
G	K	H	L	I	M

Dico, che A à B hà la medesima ragione, che E ad F.

Preparatione.

Si facciano le GHI egualmente molteplici delle ACE.
Si facciano le GHI egualmente molteplici delle BDF.

Dimostratione.

Perche A à B hà la medesima ragione, che C à D; se G è maggiore di K, ancora H è maggiore di L; se vguale, vguale; se minore, minore. Per la def. 6. di questo lib.
E perche C à D hà la medesima ragione, che E ad F; se H è maggiore di L, ancora I è maggiore di M; se vguale, vguale; se minore, minore.
Se G è maggiore di K, ancora I è maggiore di M; se vguale, vguale; se minore, minore.
Duuque A à B hà la medesima ragione, che E ad F.

Teor. 12. Prop. 12.

SE alquante grandezze ſono proportionali, come vna delle antecedenti alla ſua conſeguente, così ſtanno tutte le antecedenti à tutte le conſeguenti.

A à B, C à D, E ad F ſono egualmente proportionali.
Dico, che ACF inſieme preſe à BDF inſieme preſe ſono, come A à B

G	H	I
A	C	E
B	D	F
K	L	M

Preparatione.

Si prendano G, H, I equemolteplici di A, C, E: & altre K, L, M equemolteplici di B, D, F.

Dimoſtratione.

Se G è maggiore di K, ancora H, è maggiore di L, & I di M, & GHI inſieme preſe ſono maggiori di KLM inſieme preſe, ſe vguale, vguali: ſe minore, minori.

Perche G, H, I ſono egualmente molteplici di A, C, E; come G è molteplice di A, così GHI inſieme preſe, ſono egualmente molteplici di ACE inſieme preſe. Per la prop. 5.

E per la medeſima ragione; come K è molteplice di B, così KLM inſieme preſe ſono egualmente molteplici di BDF inſieme preſe.

Dunque, come A à B, così ſono ACE inſieme preſe à BDF inſieme preſe. Per la def. 6.

Teo-

Teor. 13. Prop. 13.

SE la prima alla ſeconda hà la medeſima ragione, che la terza alla quarta; & ſe la terza alla quarta hà maggior ragione, che la quinta alla ſeſta; la prima alla ſeconda hà maggior ragione, che la quinta alla ſeſta.

L	G	H
A	C	E
B	D	F
M	I	K

A à B hà la medeſima ragione, che C à D; C à D hà maggior ragione, che E ad F.

Dico, che A à B hà maggior ragione, che E ad F.

Preparatione.

Si prendano alcune GH egualmente molteplici di CE, & alcune altre IK egualmente molteplici di DF; in modo, che G ſia maggiore di I, & H non ſia maggiore di K, come ſi può fare per la def. 7.

Si prendano L egualmente molteplici di A, come G di C; & M di B, come I di D.

Dimoſtratione.

Se L è maggiore di M, ancora G è maggiore di I; & ſe G è maggiore di I, non è H maggiore di K. Dunque ſe L, è maggiore di M, non è H maggiore di K.

Dunque A à B hà maggior ragione, che E ad F.

Teo-

Teor. 14. Prop. 14.

SE la prima alla seconda hà la ragione medesima, che la terza alla quarta; & se la prima è maggiore della terza, ancora la seconda è maggiore della quarta; se vguale, vguale; se minore, minore.

A à B hà la medesima raggione, che C à D. A B C D

Dico, che se A è maggiore di C, ancora B è maggiore di D; se vguale, vguale, se minore, minore.

Dimostratione.

*pr.*8.	Se A è maggiore di C; A à B hà maggior ragione, che C à B;
*pr.*13.	Ma come A à B, così è C à D; onde C à D hà maggior ragione, che C à B.
*pr.*10.	Dunque D è minore di B, e B maggiore di D.
*pr.*7.	Se A è vguale à C; A à B hà la medesima ragione, che C à B.
*pr.*11.	Et C à D la medesima, che C à B.
*pr.*9.	Dunque BD sono eguali.
	Se A è minore di C; C è maggiore di A: & come C à D, così è A à B.
*pr.*14.	Dunque D è maggiore di B, e minore di D.

Teor.

Teor. 15. Prop. 15.

LE parti ſono frà di loro nella medeſima ragione, che le egualmente molteplici; e ſono homologe le parti con le ſue molteplici.

A è vgualmente molteplici di C, come B di D.

A C
B D

Dico, che A à B hà la ragione medeſima, che C à D.

Dimoſtratione.

Come C à D così è ciaſcuna delle parti di A à ciaſcuna delle parti di B: & in A ſono tanti antecedenti eguali à C, quanti conſeguenti eguali à D ſono in B.

Dunque, come C à D, così è A à B. Per la prop 12.

Teor. 16. Prop. 16.

SE quattro grandezze ſono proportionali; ancora permutandoſi ſono proportionali.

A à B ſtà, come C à D.
Dico permutandoſi, che A à C ſtà, come B a D.

E	F
A	C
B	D
G	H

Preparatione.

Si prendano EG egualmente molteplici di AB; & altre GH egualmente molteplici di CD.

Dimoſtratione.

pr.15.	Come ſtà E à G, così ſtanno A à B, C à D, & F ad H.
pr.14.	Se E è maggiore di F, ancora G è maggiore di H; ſe vguale, vguale; ſe minore, minore.
d.6.	Dunque A à C ſtà, come B à D.

Teo-

Teor. 17. Prop. 17.

SE composte le grandezze ſono proportionali; ancora diuidendoſi ſono proportionali.

AB à B hà la medeſima ragione, che CD à D.
Dico, che diuidendoſi, A à B ha la medeſima ragione, che C à D.

EF	FI	GH	HL
AB	B	CD	D
A	B	C	D
E	F	G	L

Preparatione.

Si prenda E molteplice di A, & F, G, H egualmente molteplici di B, C, D.

Si prenda vn altra I, molteplice di B, & L egualmente molteplice di D.

Dimoſtratione.

pr.1. Perche E, F, G, H ſono egualmente molteplici di A, B, C, D ancora EF inſieme preſe ſono egualmente molteplici di AB, come GH di CD inſieme preſe.

pr.2. Perche F, H ſono egualmente molteplici di B, D, & I, L egualmente molteplici delle medeſime B, D; ancora FI inſieme preſe ſono egualmente molteplici di B, come HL inſieme preſe di D.

d.6. Perche AB à B ſtà, come CD à D; ſe EF e maggiore di FI, ãcora GH è maggiore di HL; ſe vguale, vguale; ſe minore, minore.

aſs.4. *aſs.5.* Ma ſe E è maggiore di I; ancora EF è maggiore di FI; GH di HI; & G di L; ſe vguale, vguale; ſe minore, minori.

def.6. Dunque A à B hà la medeſima ragione, che C à D.

Teo-

Teor. 18. Prop. 18.

SE diuiſe le grandezze ſono proportionali; ancora componendoſi ſono proportionali.

A à B ſtà, come C à D. E

Dico componendoſi, che AB à B A B C D ſtà, come CD à D.

Preparatione.

Come AB à B, coſi s'intenda eſſere CE ad E.

Dimoſtratione.

pr. 17.	Diuidendoſi come A à B, coſi è C ad E.
pr. 11.	Ma, come A à B, coſi è C à D; Dunque C à D è come C ad E.
pr. 9.	D, E ſono eguali.
pr. 7.	CD à D ſtà, come CD ad E, e come AB à B.
pr. 11.	Dunque componendoſi, come AB à B, coſi ſtà CD à D.

Teor. 19. Prop 19.

SE tutta à tutta ſtà, come vna portione à vna portione; ancora la rimanente alla rimanente ſtà, come tutta à tutta.

AB à CD ſtà, come B a D. A B

Dico, che A à C ſtà, come AB à CD. C D

Preparatione.

pr. 16.	Perche AB à CD ſtà, come B à D; permutandoſi AB à B ſtà, come CD à D.
pr. 17.	E diuidendoſi A à B, come C à D.
pr. 16.	E permutandoſi A à C, come B à D, e come AB à CD.
pr. 11.	Dunque A à C ſtà, come AB à D.

Teor.

Teor. 20. Prop. 20.

SE ſono due ordini di tre grandezze l'vno, in proportione ordinata; & ſe nel primo ordine la prima è maggior della terza: ancora per l'egualità nel ſecondo ordine la prima è maggiore della terza: ſe vguale, vguale ſe minore, minore.

A	B	C
D	E	F

ABC, DEF ſono due ordini di grandezze.

Come A à B, così ſtà D ad E; e come B à C, così ſtà E ad F.

Dico per l'egualità, che ſe A è maggiore di C, ancora D è maggiore di F; ſe vguale, vguali; ſe minore, minore.

Dimoſtratione.

pr.8. Se A è maggiore di C; A à B hà maggior ragione, che C à B.

A à B, e D ad E ſono ragioni eguali.

C à B, & F ad E ſono ragioni eguali.

pr.13. D ad E hà maggior ragione, che F ad E.

pr. 10. Dunque D è maggiore di F.

pr. 7. Se A è vguale à C; A à B, C à B, D ad E, F ad E ſono ragioni eguali.

pr. 7. Dunque D, F ſono eguali.

Se A è minore di C: & C è maggiore di A: e per l'egualità ſi dimoſtrerà, che F è maggiore di D.

pr.20. Dunque D è minore di F.

Teor.

Teor. 21. Prop. 21.

SE sono due ordini di tre grandezze l' vno in porportione perturbata; & se nel primo ordine la prima è maggiore della terza; ancora per l' egualità nel secondo ordine la prima è maggiore della terza, se vguale, vguale; se minore, miuore.

ABC, DEF sono due ordini di grandezze.

A	B	C
D	E	F

Come A à B, così stà E ad F, come B à C, così stà D ad E.

Dico, che per l'egualità, se A è maggiore di C, ancora D è maggiore di F: se vguale, vguale; se minore, minore.

Dimostratione.

pr.8. Se A è maggiore di C; A à B hà maggior ragione: che C à B.

A à B, E ad F sono ragioni eguali.

B à C, D ad E sono ragioni eguali.

pr. 13. E ad F hà maggior ragione, che E à D.

pr. 10. Dunque F è minore di D è maggiore di F.

pr.7. Se A è vguale à C; A à B, C a B, E a D, E, ad F sono ragioni eguali.

pr.7. Dunque D, F sono eguali.

pr.21. Se A è minore di C: & C è maggiore di A: e per l'egualità si dimostrerà, che D è minore di F.

Teor.

Teor. 22. Prop. 22.

SE ſono due ordini di egual moltitudine di grandezze in proportione ordinata; per l'egualità la prima del primo ordine all' vltima ha la medeſima ragione, che la prima del ſecondo all'vltima.

ABC, DEF ſono due ordini di egual moltitudine di grandezze.

A B C
D E F

A à B, D ad E
B à C, E ad F) ſono ragioni eguali.

Dico per l'egualità, che A à C, D ad F ſono ragioni eguali.

Dimoſtratione.

pr.16. Perche A à B ſtà come D à E; permutandoſi A à D ſtà come B ad E.

pr.16. Parimente perche B à C ſtà, come E ad F; permutandoſi B ad E ſtà, come C ad F.

pr.11. A à D, B ad E, C ad F ſono ragioni eguali.

pr.16. Dunque permutandoſi A à C, D ad F ſono ragioni eguali.

Teor. 23. Prop. 23.

SE sono due ordini di egual moltitudine di grandezze in proportione perturbata per l'egualità, la prima del primo ordine all' vltima hà la medesima ragione, che la prima del secondo all' vltima.

ABC, DEF sono due ordini di egual moltitudine di grandezze.

A à B, E ad F) sono ragioni eguali.
B à C, D ad E)

Dico per l'egualità, che A à C, D ad E sono ragioni eguali.

G	H	I
A	B	C
D	E	F
N	L	M

Preparatione,

Si prendano G,H,N egualmente molteplici di A,B, D. & altre I,L,M egualmente molteplici di C.E,F.

Dimostratione.

pr, 15, | G ad H, A à B, E ad F, L ad M sono ragioni eguali.

pr.4. | Perche B à C stà come D ad E, & sono H, N egualmente molteplici di B, D, & I, L egualmente molteplici di C, E, come H ad I così stà N ad L.

pr, 21, | Perche GHI, NLM sono due ordini di tre grandezze l'vno in proportione perturbata; se G è maggiore di I, ancora N è maggiore di M; se vguale, vguale; se minore, minore.

def.6, | Dunque A à C, e D ad F sono ragioni eguali.

Teor,

Teor. 24. Prop. 24.

SE la prima alla ſeconda hà la medeſima ragione, che la terza alla quarta; e ſe la quinta alla ſeconda hà la medeſima ragione, che la ſeſta alla quarta; la prima con la quinta alla ſeconda hà la medeſima ragione, che la terza con la ſeſta alla quarta.

A à B; C à D ſono ragioni eguali.
E à B, F à D ſono ragioni eguali.
Dico, che AE à B, & CF à D hãno ragioni eguali.

A E C F
B D

Dimoſtratione.

pr. 22. Perche A à B, C à D ſono ragioni eguali e conuertendoſi B ad E, D ad F ſono ragioni eguali: per l'egualità ſono A ad E, e C ad F ragioni eguali.

pr. 18. E componendoſi AE ad E, e CF ad F ſono ragioni eguali.

pr. 22. E perche ancora E à B, & F à D ſono ragioni eguali; dunque per l'egualità AE à B, e CF à D ſono ragioni eguali.

Teor 25. Prop. 25.

SE quattro grandezze sono proportionali; la massima, & la minima sono maggiori dell'altre due.

A à B, C à D sono ragioni eguali.	A	
A è la massima.	B	E
Dimostrarò, che D è la minima.	C	
Dico, che AD sono maggiori di BC.	D	F

Dimostratione.

	Perche A è maggiore di B, sia E l'ecceſſo di A soura B.
pr.14.	Perche A à B stà come C à D, & A è maggiore di C ancora B è maggiore di D.
pr.16.	E permutandosi, perche A à C stà, come B à D, & A è maggiore di B ancora C, è maggiore di D.
	Dunque habbiamo dimostrato, che D è la minima.
	Sia F l'ecceſſo di C soura D.
pr.7. *pr.11.*	Perche A è vguale à BE è C vguale à DF: BE à B, A à B, C a D, DF à D sono ragioni eguali.
pr 17.	E diuidendosi B à E, D à F sono ragioni egu.
pr.14.	Perche B è maggiore di D; ancora E è maggiore di F.
aſſ.4.	Et aggiungendo communi BD; EBD sono maggiori di BDF.
aſſ 2.	EBD, AD sono eguali.
aſſ 2.	BDF, BC sono eguali.
aſſ.1.	Dunque AD sono maggiori di BC.

LI-

LIBRO SESTO

De gli Elementi d'Euclide.

DEFINITIONI.

1 *Simili ſi dicono le figure equiangole quando attorno à gli angoli eguali, hanno i lati proportionali.*

2 *Reciproce ſi dicono le figure in ciaſcuna delle quali ſi trouano vn'antecedente, e vn conſeguente di due ragioni eguali.*

3 *Vna linea diceſi eſſer tagliata, ſecondo l'eſtrema, e media ragione; quando ſi taglia diſegualmente in modo, che tutta al maggior ſegmento ſtà, come il maggior ſegmento al minore.*

4 *Altezza di ciaſcuna figura ſi dice la perpendicolare, condotta dal vertice alla baſe.*

5 *Vna ragione ſi dice compoſta di più ragioni; quando la quantità delle componenti, moltiplicandoſi, producano la quantità della compoſta.*

Per quantità della ragione ſi deue intendere la de-

nominatione, che riceue l'antecedente dalla conseguente; cioè per quanto può la conseguente misurare l'antecedente;

Così, se l'antecedente è vguale alla conseguente, l'vnità è la quantità della ragione; perche la conseguente vna volta sola misura l'antecedente.

Se l' antecedente è molteplice della conseguente; come per esempio è doppio il binario, e quantità della ragione; perche la conseguente misura due volte l'antecedente.

Se l'antecedente è parte della conseguente; come per esempio la metà, mezza vnità cioè è la quantità della ragione, $\frac{1}{2}$ perche la conseguente misura l'antecedente solo per vna sua metà;

Parimente se l' antecedente contiene vna volta, e mezzo la conseguente; la quantità della ragione e $1\frac{1}{2}$.

Et se l'antecedente contiene solo due terze parti delle conseguente la quantità è $\frac{2}{3}$.

Ed in somma la quantità della ragione di A à B è come vna frattione Aritmetica $\frac{A}{B}$ nella quale A viene denominata da B.

Hora siano proposte tre ragioni A à B, C à D, E ad F.

A B C D E F

$\frac{A}{B}$ $\frac{C}{D}$ $\frac{E}{F}$

G H

ACE
BDF

A 3 B 1 C 3 D 4 E 1 F 2

$\frac{2}{7}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{1}{2}$

G 9 H 8

$\frac{9}{8}$

Moltiplicandosi le tre quantità delle tre ragioni frà di loro, si fà la quantità della ragione di G ad H. Dicesi, che G ad H hà ragione composta delle ragioni A à B, C à D, E ad F.

Corollario.

Da queste cose ne seguita, che se saranno molte grandezze poste in ordine; la prima all'vltima hà ragione composta della prima alla seconda, della seconda alla terza, e così ordinatamente sino all'vltima.

Siano le grandezze ABCD. Dico, che A à D hà ragione composta di A à B, di B à C, di C à D.

A B C D

$\frac{A}{B}$ $\frac{B}{C}$ $\frac{C}{D}$ A

$\frac{ABC}{ABC}$ ouero $\frac{A}{D}$

Perche moltiplicandosi le quantità delle ragioni $\frac{A}{B}$, $\frac{B}{C}$, $\frac{C}{D}$ fanno vn prodotto $\frac{ABC}{BCD}$ nel quale le grandezze intermedie B. C sono inutili, essendo le medesime da se stesse denominate; e restano $\frac{A}{D}$ la prima denominata dall'vltima, che ap-

A 3 B 5 C 6 D 2

$\frac{3}{5}$ $\frac{5}{6}$ $\frac{6}{2}$

$\frac{90}{60}$ ouero $\frac{3}{2}$

punto è la quantità della ragione A à D.
Dunque A à D hà ragione composta di A à B, di B à C, di C à D.

Teor. 1. Prop. 1.

I Triangoli, & i parallelogrammi, che hanno la medesima altezza sono frà di loro, come le basi.

I triangoli ABC, ABD; & i parallelogrammi EB, BF hanno la medesima altezza AB.

Dico, che il triangolo ABC al triangolo ABD, stà come CB à BD.
Et che il parallelogrammo EB al parallelogrammo BF stà, come CB à BD.

Preparatione.

post.2. Si prolunghi BD in GK.
pr.3.1 Si faccia GB molteplice di BC, secondo qualsiuoglia moltiplicatione; e siano le sue parti GC, CB.
pr.3.1 Si faccia ancora KB molteplice di BD, secondo qualsiuoglia altra moltiplicatione; e siano le sue parti KI, IH, HD, DB.
post.1. Si conducano le rette AG, AH, AI, AK.

Di-

Dimostratione.

Quante sono le parti eguali GC, CB; tanti sono i triangoli eguali AGC, ACB. Per la prop.38.1.

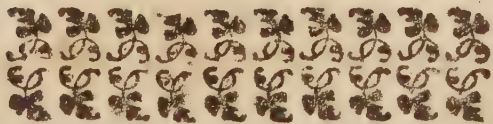
Il triangolo AGB è vgualmẽte molteplice del triangolo ACB, come la base GB della base BC.

Parimente si dimostrerà; che il triangolo AKB e vgualmente molteplice del triangolo ABD, come la base KB della base BD.

Se la base GB è maggiore della base BK ancora il triangolo AGB è maggiore del triangolo ABK: se vguale, vguale; se minore, minore.

Dunque come CB à BD, così stà il triangolo ACB al triangolo ABD. Per la def.6.5.

Ma i parallelogrammi EB, BF sono egualmente molteplici de i triangoli ABC, ACD. Per la 41.1

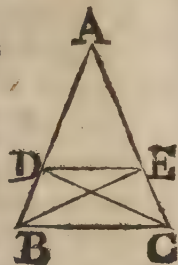
Dunque come stà il triangolo ABC al triangolo ABD, ouero la base BC alla base BD, così stà il parallelogrammo EB al parallelogrammo BF. Per la 15.5.

Teor.

Teor. 2. Prop. 2.

ALla base del triangolo condotta una parallela, taglia i lati in proportione. E quella retta, che taglia i lati del triangolo in proportione; è parallela alla base.

Nel triangolo ABC, alla base BC è parallela DE.

Dico, che AD, à DB stà, come AE ad EC.

Preparatione.

post. 1. | Si conducano le rette BE, DC.

Dimostratione.

pr. 38 1 | I triangoli DBE, DCE sono eguali.

pr. 1 6 | (A D à D B.

pr. 7.5 | Il triangolo ADE al triangolo EDB.)

pr. 1.6 | Il triangolo ADE al triangolo EDC)

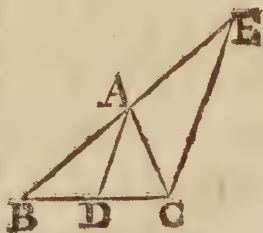
(AE ad EC.

sono ragioni eguali.

pr. 11.5 | Dunque AD à DB stà, come AE ad EC.

Teor. 3. Prop. 3.

LA retta, che diuide l'angolo del triangolo parti eguali; diuide la base in parti proportionali frà di loro come i lati attorno all'angolo. Et la retta che diuide la base in parti proportionali, come i lati; e passa per l'angolo contenuto da i lati; lo taglia in parti eguali.

Nel triangolo ABC, la retta AD diuide l'angolo BAC in due angoli BAD, DAC eguali; è diuide la base in D.
Dico, che BD à DC stà come BA ad AC.

Preparatione.

*pr.*31.1.	Si conduca CE parallela à DA.
*post.*2.	Si prolunghi BA in E.

Dimostratione.

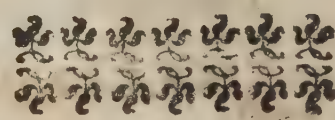
*pr.*29.1.	Gli angoli ECA, CAD, DAB, CEA sono eguali.
*pr.*5.1.	I lati CA, AE sono eguali,

pr.7.5	(BA ad AC
pr.16	(BA ad AE) sono ragioni eguali.
	BD à DC)
pr.11.5	Dunque BD à DC stà come BA ad AC.

Nel triangolo ABC la retta AD diuide la base in modo, che BD à DC stà, come BA ad AC.

Dimostratione.

	BA ad AC
pr.2.6	BD à DC } sono regioni eguali.
pr.7.5	BA ad AE
	AC, AE sono eguali.
	(L'angolo DAC
pr.29.1	(L'angolo ACE) sono eguali.
pr.5.1	(L'angolo CEA)
pr.29.1	L'angolo DAB
ass.1.	Dunque gli angoli DAC, DAB sono eguali.

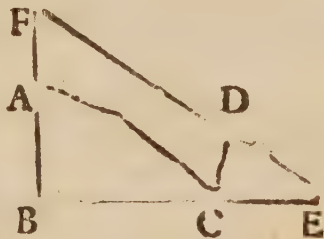
Teo-

Teor. 4. Prop. 4.

I Triangoli equiangoli hanno proportionali i lati, che sono intorno à gli angoli eguali; è sono homologi quei lati, che si oppongono à gli angoli eguali.

I triangoli ABC, DCE sono equiangoli.

Gli angoli ABC, DCE }
Gli angoli BCA, CED } sono eguali.
Gli angoli BAC, CDE }

Dico, che AB à BC stà, come DC à CE.

F A D B C E

Preparatione.

Si pongono le basi BC, CE in dirittura; & i triangoli, e gli angoli eguali, verso le medesime parti.

post.2. Si prolunghino i lati BAF, EDF.

Dimostratione.

pr.28.1 Perche gli angoli ABC, DCE; & gli angoli ACB, DEC sono eguali: le rette BAF, CD; & le rette EFD, CA sono parallele.

d.35.1 AD è parallelogrammo.

pr.34.1 I lati opposti AF, CD sono eguali.

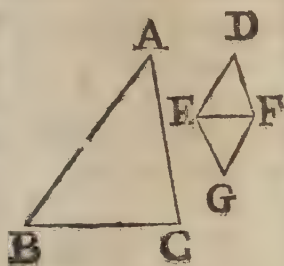
pr.7.5. (BA à CD.
pr.16 (BA ad AF) sono ragioni eguali.
BC à CE)

pr.16.5. Dunque permutandosi, AB à BC sta come DC à CE.

Teor.

Teor. 5. Prop. 5.

SE due triangoli hanno i lati proportionali; sono equiangoli, & hanno eguali quegli angoli, che sono sottesi da i lati homologi.

Ne i triangoli ABC, DEF; AB à BC stà come DE ad EF, & AC à CB, come DF ad FE. Dico, che i triangoli sono equiangoli; & che gli angoli C, DFE; & gli angoli A, D sono eguali.

Preparatione.

pr. 23. 1 | All'angolo C si faccia eguale l'angolo GFE; & all'angolo B l'angolo GEC.

Dimostratione.

pr. 32. 1 | Gli angoli A, G sono eguali; & i triangoli ABC, GEF sono equiangoli.

DE ad EF (AB à BC (GE ad EF — DF ad FE (AC à GB (CF ad FE

pr. 4. 6. | sono ragioni eguali.

pr. 7. 5. | DE, GE; sono eguali, DF, GF sono eguali.

pr. 8. 1. | Dunque gli angoli, DFE, GFE, C; & gli angoli D, G, A sono eguali, & i triangoli DFE, GFE, AGB sono equiangoli.

Teor.

Teor. 6. Prop. 6.

SE due triangoli hanno vn angolo eguale ad vn angolo, e proportionali quei lati, che sono attorno à gli angoli eguali; sono equiangoli; & hanno eguali ancora gli altri angoli, a i quali sottendono i lati homologi.

Due triangoli ABC, DEF hanno gli angoli ABC DEF eguali.
AB à BC; DE ad EF sono ragioni eguali.
Dico, che i triangoli ABC, DEF sono equiangoli; e gli angoli ACB, DEF; & gli ang. A, D sono eguali.

Preparatione.

pr.23.1	Si facciano gli angoli FEG, EFG eguali à gli angoli B, C.
	Dimostratione.
pr.32.1	I triangoli ABC, GEF sono equiangoli.
	DE ad EF, (AB à BC, GE ad EF) sono ragioni eguali.
pr.4.6	
pr.7.5.	DE GE sono eguali.
	DE, GF
pr.4.1.	Gli angoli DFE, GFE sono eguali.
	Gli angoli D, G.
ast.1.	Dunque i triangoli ABC, GEF, DEF sono equiangoli, & gli angoli C, DFE; & gli angoli A, D sono eguali.

Teor.

Teor. 7. Prop. 7.

SE due triangoli hanno vn angolo eguale ad vn angolo; ed attorno a gli altri angoli i lati proportionali, & che gli angoli rimanenti siano della medesima specie; hanno ancora eguali quegli angoli, attorno i quali sono i lati proportionali.

Ne i triangoli ABC, DEF gli angoli A, D sono eguali.

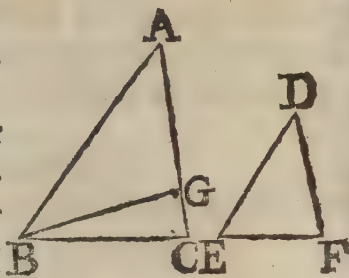
Le ragioni AB à BC, & DE ad EF sono eguali.

Gli angoli C, F sono ambedue della medesima specie, acuti, retti; ouero ottusi.

Dico, che gli angoli ABC, E sono eguali.

Instanza.

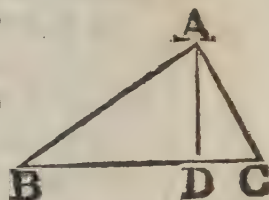
Gli angoli ABC, E non sono eguali; ma si bene gli angoli ABG, E.

Ri-

Risposta.

pr.32.1	I triangoli ABG, DEF saranno equiangoli.
pr.4.6.	AB à BC, DE ad EF, AB à BG saranno ragioni eguali.
pr.7.5.	BC, BG saranno eguali.
pr.5.1.	Gli angoli C, BGC saranno eguali.
pr.17.1	Gli angoli C, BGC saranno acuti.
	Perche l'angolo C è acuto; ancora l'angolo F; e l'angolo BGA, che gli è vguale, saranno acuti.
	E però la BG soura la CA farà due angoli BGA, BGC eguali à due acuti; contro la prop. 13. 1.
ass.16.	Dunque gli angoli ABC, E sono eguali.

Teor. 8. Prop. 8.

NEl triangolo rettangolo, ſe dall'angolo retto caſca la perpendicolare ſoura la baſe; diuide il triangolo in due triangoli ſimili frà di loro, e ſimili à tutto il triangolo.

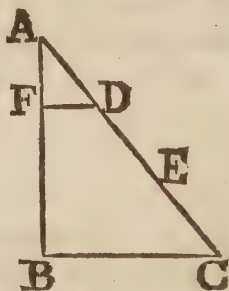
ABC è triangolo rettangolo.
Dall'angolo retto A caſca la AD perpendicolare ſoura BC.
Dico, che i triangoli ABD ACD, ABC ſono ſimili.

Dimoſtratione.

pr.32.1	Perche nel rtiangolo ADB l'angolo D è retto, gli altri angoli B, BAD ſono eguali al retto BAC.
aſſ.3.	E leuando commune l'angolo BAD, gli angoli rimanenti B, DAC ſono eguali.
	Parimente ſi dimoſtrerà, che gli angoli BAD, C ſono eguali.
aſſ.12.	Gli angoli D ſono retti, e però eguali all' angolo BAC.
pr.23.1	I triangoli ABD, ADB, ABC ſono equiangoli.
pr.46	Et hanno proportionali i lati attorno à gli angoli eguali.
d.1.6.	Dunque i triangoli ABD, ADC, ABC ſono ſimili.

Pro-

Probl. 1. Prop. 9.

D*Ato vna linea retta tagliar la parte proposta.*

Data la linea AB.
Proposta la terza parte.
Bisogna tagliare la AF, che sia la terza parte di AB.

Operatione.

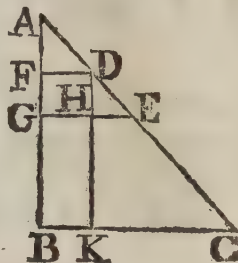
*post.*1.	Si conduca la retta indefinita AC.
*post.*4.	Si prenda qualsiuoglia linea retta AD, e si
*pr.*3 1	trasporti tre volte in AD, DE, EC.
*post.*1.	Si conduca la retta BC.
*pr.*31. 1	Si conduca la FD parallela à BC.
	Dico, che AF è la terza parte di AB.

Dimostratione.

*pr.*2 6	CD a DA stà come BF ad FA.
*pr.*18.5	E componendosi CA ad AD stà come BA ad AF.
	AD è la terza parte di AC.
	Dunque AF è la terza parte di AB.

Probl. 2. Prop. 10.

DAte due linee rette vna delle quali ſia diuiſa; diuidere ſimilmente l'altra.

Date le due rette AB, AC.
Sia diuiſa AC ne i punti DE.
Biſogna diuidere ſimilmente AB ne i punti F, G.

Operatione.

poſt.1.	Si conduca la retta BC.
pr.31.1	Si conducano le rette EG, DF parallelle à BG.
	Dico, che AF, FG, GB ſono frà di loro come AD, DE, EC.

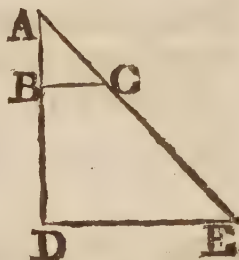
Dimoſtratione.

pr.2.6.	AF ad FG ſtà come AD à DE.
pr.18.5	E componendoſi AG à GF ſtà, come AE ad ED.
d.6.5.	E conuertendoſi FG à GA ſtà, come DE ad EA.
pr.2.6	AG à GB ſtà come AE ad EC.
pr.22.5	E per l'egualità FG à GB ſtà, come DE ad EC.
	Dunque AF, FG, GB ſono frà di loro come AD, DE, EC.

Pro-

Probl. 3. Prop. 11.

D*Ate due linee rette; trouar la terza proportionale.*

Date due linee rette AB, BD poste in dirittura.
Bisogna trouare la terza proportionale CE.

Operatione.

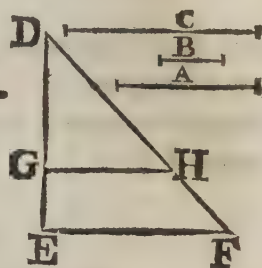
post. 1.	Si conduca la retta AE, che facci angolo con AD.
pr. 3. 1.	Si faccia la AC eguale à BD.
post. 1.	Si conduca BC.
pr. 31. 1	Si conduca la DE parallela à BC.
	Dico, che AB à BD stà, come BD à CE.

Dimostratione.

pr. 2. 6.	AB BD stà, come AC à CE.
pr. 7. 5.	AC à CE stà, come BD à CE.
pr. 11. 5	Dunque AB a BD stà, come BD à CE.

Teor. 4. Prop. 12.

Date tre linee rette; trouar la quarta proportionale.

Date tre linee rette ABC.
Bisogna trouar la quarta proportionale HF.

Operatione.

post.1. | Si conducano le rette DE, DF.
pr.3.1 | Si facciano DG eguale ad A, GE eguale B. DH eguale à C.
post.1. | Si conduca la GH.
pr.31.1 | Si conduca EF parallela à GH.
| Dico, che A à B stà come C ad HF.

Dimostratione.

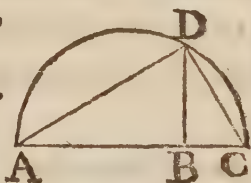
pr.7.5 | A à B
pr.2.6 | DG à GE } sono ragioni eguali:
pr.7.5 | DH ad HF
| C ad HF.
pr.11.5 | Dunque A à B stà, come CD ad HF.

Pro-

Probl. 5. Prop. 13.

DAte due linee rette; trouar la media proportionale.

Date due linee rette AB, BC poste in dirittura.

Bisogna trouare la media proportionale BD.

Operatione.

post.3. | Soura il diametro AC si faccia il semicircolo ADC.

pr.11.1. | Si alzi la perpendicolare BD.

Dico, che AB à BD stà come DB à BC.

Preparatione.

post.1. | Si conducano le rette AD, DC.

Dimostratione.

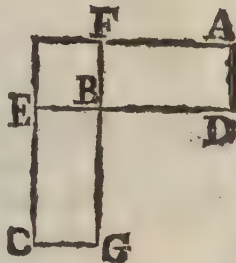
pr.31.3 | L'angolo ADC è retto.

pr.8.6. | I triangoli ABD, DBC sono simili;

pr.4.6. | Dunque AB à BD stà, come DB à BC.

Teor. 8. Prop. 14.

I Parallelogrammi eguali, & equiangoli hanno attorno à gli angoli eguali i lati reciprocamente proportionali. Ed i parallelogrammi equiangoli; che attorno à gli angoli eguali hanno i lati reciprocamente proportionali; sono eguali.

I parallelogrammi AB, BC sono eguali, & equiangoli.
Dico, che DB à BE stá, come GB à BF.

Preparatione.

Si pongono gli angoli eguali alla cima nel punto B; & si prolunghino i lati concorrenti AF, CE.

Dimostratione.

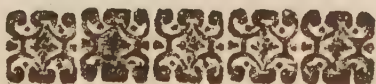
pr.1.6. | DB à BE.
Il parallelogrammo AB al parallelogrammo FE.
pr.7.5. | Il parallelogrammo BC al parallelogrammo FE.
pr.1.6. | GB à BF, hanno ragioni eguali.
pr.11.5 | Dunque DB à BE stá, come GB à BF.

I pa-

I parallelogrammi AB, BC ſono equiangoli.
DB à BE ſtà, come GB à BF.
Dico, che i parallelogrammi AB, BC ſono eguali.

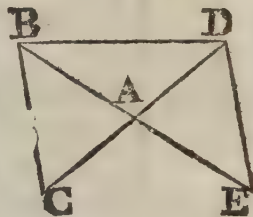
Dimoſtratione.

pr.1.6	Il parallelogrammo AB al parallelogrammo FE. DB à BE
	GB à BF
pr.1.6.	Il parallelogrammo BC al parallelogrammo FE. hanno ragioni eguali.
pr.11.5	Il parallelogrammo AB al parallelogrammo FE ſta, come il parallelogrammo BC al parallelogrammo FE.
pr.9.5.	Dunque i parallelogrammi AB; BC ſono eguali.

Teo-

Teor. 9. Prop. 15.

I Triangoli eguali, & che hanno vn'angolo eguale ad vn'angolo; hanno attorno à gli angoli eguali i lati reciprocamente proportionali; Ed i triangoli, che hanno vn angolo eguale à vn angolo, e attorno à gli angoli eguali i lati proportionali; sono eguali.

I triangoli ABC, ADE sono eguali, & hanno gli angoli al punto A eguali.

Dico, che BA ad AE stà come DA ad AC.

Preparatione.

	Si pongano gli angoli eguali alla cima nel punto A.
post.1.	Si conduca la retta BD.

Dimostratione.

pr. 1.6	BA ad AE.
	il triangolo BDA al triangolo ADE.
pr. 7.5	Il triangolo DBA al triangolo BAC.
pr. 1.6	DA ad AD, hanno ragioni eguali.
pr. 11.5	Dunque BA ad AE, stà come DA ad AC.

I trian-

I ttiangoli ABC; ADE hanno gli angoli al punto A eguali.

BA ad AE ſtà, come DA ad AC.

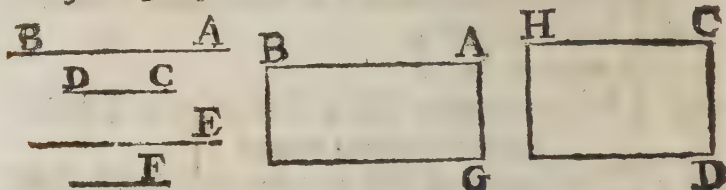
Dico, che i triangoli ABC, ADE ſono eguali.

Dimoſtratione.

pr.1.6	Il triangolo BDA al triangolo ADE. BA ad AE
	DA ad AC
pr.1.6	Il triangolo BDA al triangolo BAC, hanno ragioni eguali.
pr.11.5	Il triangolo BDA à i triangoli ADE, BAC hà ragioni eguali.
pr.9.5	Dunque i triangoli ADE, ABC ſono eguali.

Teor.

Teor. 11. Prop. 16.

SE quattro linee rette ſono proportionali; il rettangolo dell'eſtreme è vguale al rettangolo delle medie. E ſe il rettangolo delle eſtreme è vguale al rettangolo delle medie le quatttro linee rette ſono proportionali.

ABC, D,E,F ſono quattro linee rette proportionali
Il rettangolo delle eſtreme AB, F è BG.
Il rettangolo delle medie CD, E è HD.
Dico, che i rettangoli BG, HD ſono eguali;

Dimoſtratione.

pr.34. 1	I rettangoli BG, HD ſono equiangoli.
def.2. 6.	I rettangoli BG, HD hanno i lati reciproci, perche BA à CD, E ad F, ouero HC ad AG ſano ragioni eguali.
pr 14.6	Dunque i rettangoli BG, HD ſono eguali.

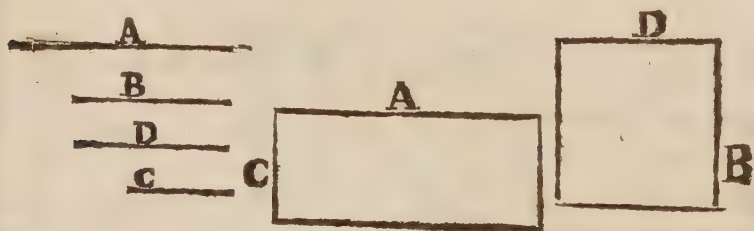
I rettangoli BG, HD ſono eguali.
Dico, che AB, CD, E, F ſon quattro linee rette proportionali.

Dimoſtratione.

pr.14 6	I rettangoli BG, HD hanuo i lati reciproci, e però AB à CD, HC ad AG, ouero E ad F ſono ragioni eguali.
d.7. 5.	Dunque AB,CD,E,F ſono proportionali.

Teor,

Teor. 12. Prop. 17.

SE tre linee rette sono proportionali; il rettangolo delle estreme è vguale al quadrato delle media. E se il rettangolo dell'estreme è vguale al quadrato delle media; le tre linee rette sono proportionali.

A, B, C sono proportionali.

Dico, che il rettangolo AC è vguale al quadr. di B.

Preparatione.

pr.3.1	Si faccia D eguale à B.
	Dimostratione.
pr.7.5	A, B, D, C sono proportionali.
pr.16 6	I rettangoli AC, DB sono eguali.
d.vn.	Dũque il rettãg. AC è vguale al quad. di B.

Il rettangolo AC è vguale al quadrato di B.

Dico, che A, B, C sono proportionali.

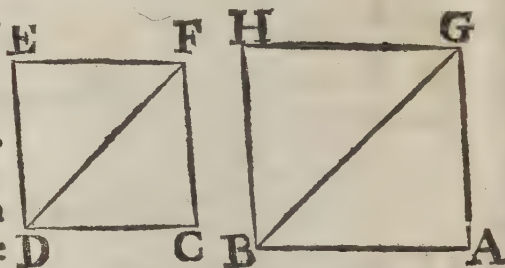
Dimostratione.

ass.1.	I rettangoli AC, DB sono eguali.
pr.16 6	I lati A, B, D, C sono proportionali.
pr.7 5	Dunque A, B, C sono proportionali.

Pro-

Probl. 6. Prop. 18.

Data vna linea retta, & vna figura rettilinea descriuere soura la data linea vna figura simile alla figura rettilinea data.

Data la linea retta AB.
Data la figura rettilinea CDEF.
Bisogna fare la figura rettilinea ABHG simile alla figura CDEF.

Operatione.

Si diuida la figura CDEF ne i triangoli CDF, FDE.

pr. 23. 1. Soura BA si faccia l'angolo A eguale all'angolo C, e l'angolo ABG eguale all'angolo CDF.

Soura BG si faccia l'angolo BGH eguale all'angolo DFE, e l'angolo GBH eguale all'angolo FDE;

Dico, che le figure ABHG, CDEF sono simili.

Di-

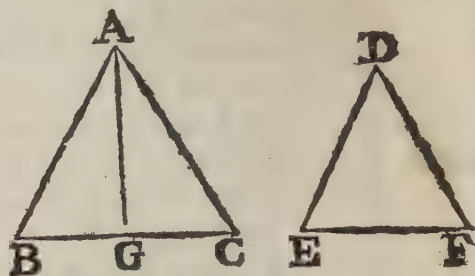
Dimostratione.

	I triangoli EDF, HBG souō equiangoli.
	I triangoli FDC, GBA sono equiangoli.
pr.32.1	Gli angoli E, H. } sono eguali.
	Gli angoli C, A.
	Gli angoli EDC, HBA.
	Gli angoli EFG, HGA,
	FE ad ED, GH ad HB. } sono ragioni eguali.
pr.4.6.	ED à DF, HB a BG
	FD à DC, GB à BA.
	DC à CF, BA ad AG
	ED à DC, HB à BA
pr.22.5	EF ad FC, HG à GA

Teo-

Teor. 13. Prop. 19.

I Triangoli ſimili hanno ragione duplicata de i lati homologi.

I triangoli ABC, DEF ſono ſimili.
BC, LF ſono lati homologi.
Dico, che il triangolo ABC al triangolo DEF.

Preparatione.

pr.11.6 | Si faccia come BC ad EF così EF à CG.
poſt 1. | Si conduca la retta AG.

Dimoſtratione.

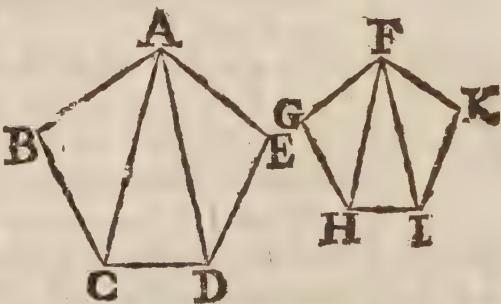
def.1.6. | BC à CA, & EF ad FD. } hanno ragioni eguali.
pr.6.5. | BC ad EF, & CA ad FD }
pr.11.5 | EF à CG, & CA ad FD }
pr.15.6 | I triangoli ACG, DFE attorno à gli angoli eguali C, F hanno i lati reciproci, e però ſono eguali.
pr.7.5. | Il triangolo ABC al triangolo DEF.) I ltriangolo ABC al triangolo ACG.)
pr.1.6. | (BC à CG, hanno ragioni eguali.
| BC à CG hà ragione duplicata di BC ad EF.
d.10.5. | Dunque il triangolo ABC al triangolo DEF hà ragione duplicata di BC ad EF.
pr.7.5. |

Teor.

Teor. 14. Prop. 20.

I Poligoni ſimili ſi diuidono in triangoli ſimili eguali di numero, & homologi à i ſuoi Poligoni. Et i poligoni ſimili, hanno ragione duplicata de i lati homologi.

I poligoni ſimili ſono ABCDE, FGHIK.

Dico, che i triangoli ABC, FGH; & i triangoli ACD, FHI, & i triangoli ACE, FIK ſono ſimili.

Che il numero de i triangoli ABC, ACD, ADE è vguale al numero de i triangoli FGH, FHI, FIK.

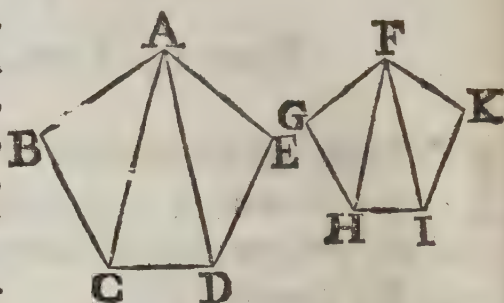
Che i triangoli ABC ad FGH, ACD ad FHI, ADE ad FIK, & il poligono ABCDE al poligono FGHIK hanno ragioni eguali.

Che il poligono ABCDE al poligono FGHIK hà ragione duplicata di AB ad FG.

Dimoſtratione.

d.1.6. | Gli angoli B, G ſono eguali, & i lati AB à BC, FG à GH hanno ragioni eguali.

O Dun-

pr.6.6. Dunque i triangoli ABC, FGH, sono simili. Parimente si dimostrerà, che i triangoli AED, FKI sono simili.

pr.4.6. AC à CB, FH ad HG.
def.16. CB à CD. GH ad HI. } hanno ragioni eguali.
pr.22.5 AC à CD, FH ad HI.

Parimente si dimostrerà, che AD à DC, FI ad IH hanno ragioni.

pr.6.6. Dunque i triangoli ACD, FHI sono simili.

d.1.6. I numeri de gli angoli, & de i lati delle figure simili sono eguali, e leuando il binario d'ogni banda i numeri, che restano sono eguali.

ass.3. Dunque il numero de i triangoli ABC, ACD, ADE è vguale al numero de i triangoli ad FGH, FHI, FIK.

pr.19.6 I triangoli ABC ad FGH, ACD ad FHI, ADE ad FIK hanno ragioni duplicate di AB ad FG di AC ad FH di AD ad FI, che sono ragioni frà di loro eguali.

pr.12.5 Dunque il poligono ABC DE al poligono FGHIK hà ragione duplicata di AB ad FG.

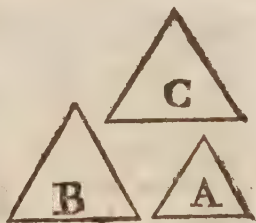
Dun-

d.11. 5. | Dunque i triangoli sono homologi à i suoi poligoni.

Teor. 15. Prop. 15.

L*E figure, che sono simili alla medesima sono simili frà di loro.*

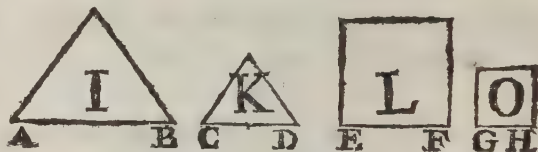
Le figure A,B sono simili alla medesima figura C.
Dico, che le figure A, B sono simili frà di loro.

Dimostratione.

d.1.6. | Gli angoli della figura A sono eguali à gli angoli della figura C ad vno ad vno.
d.1. 6. | Parimente gli angoli della figura B sono eguali à gli angoli della medesima figura C ad vno ad vno.
ass. 1. | Gli angoli della figura A sono eguali à gli angoli della figura B ad vno ad vno.
pr.4.6. | Dunque le figure A, B sono simili.

Teor. 16. Prop. 12.

SE quattro linee rette ſono proportionali; ancora i rettilinei ſimili, e ſimilmente poſti ſoura di quelle ſono proportionali. E ſe i rettilinei ſimili, e ſimilmente poſti ſoura quattro linee ſono proportionali; ancora le quattro linee ſono proportionali.

AB, CD, EF, GH ſono quattro retti proportionali.
Le figure IK ſono ſimili.
Le figure L, O ſono ſimili.

Dico, che le figure I, K, O ſono proportionali.

Dimoſtratione.

*pr.*20.6	I à K hà ragione duplicata di AB à CD.
*d.*7.7.	AB à CD hà la medeſima ragione, che EF à GH.
*pr.*11.5	I à K hà ragione duplicata di EF à GH.
*pr.*20.6	L ad O hà ragione duplicata di EF à GH.
*pr.*11 5	Dunque I, K, L, O ſono proportionali.

I, K, L, O ſono proportionali.
Dico, che AB, CD, EF, GH ſono proportionali.

Dimoſtratione.

*pr.*20.6	I à K hà ragione duplicata di AB à CD.
*d.*7.5.	I à K hà la medeſima ragione, che L ad O.
*pr.*11 5	L ad O hà ragione duplicata di AB à CD.
*pr.*20.6	L ad O hà ragione duplicata di EF à GH.

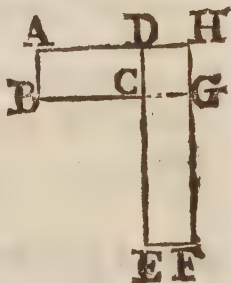
Dun-

pr.11.5 | Dunque AB, CD, EF, GH sono proportionali.

Teor. 17. Prop. 23.

I Parallelogrammi equiangoli hanno la ragione composta de i lati.

AC, CF sono i parallelogrammi equiangoli.

Dico, che AC à CF hà la ragione composta di due ragioni BC à CG, e DC à CE.

Preparatione.

pr.23.1 post.2. | Si compongano gli eguali angoli de i parallelogrammi alla cima nel punto C; & si prolonghino i lati AD, FG in H.

Dimostratione.

def.1. | CH è parallelogrammo.

d.5.6. | AC à CF hà la ragione composta di due ragioni AC à CH, & di CH à CF.

pr.1.6. | AC à CH hà la medesima ragione di BC à CG.

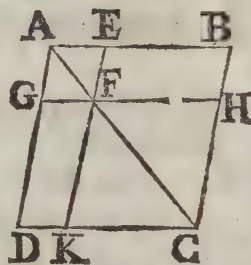
pr.1.6 | CH à CF hà la medesima ragione di DC à CE.

d.5.6. | Dunque AC à CF hà la ragione composta di due ragioni BC à CG, & DC à CE.

Teor. 18. Prop. 24.

IN ogni parallelogrammo, quei parallelogrammi, che ſono attorno al diametro ſono ſimili à tutto il parallelogrammo, e ſono ancora ſimili frà di loro.

Nel parallelogrammo DB attorno al diametro AC ſtanno deſcritti i parallelogrammi GE, KH.

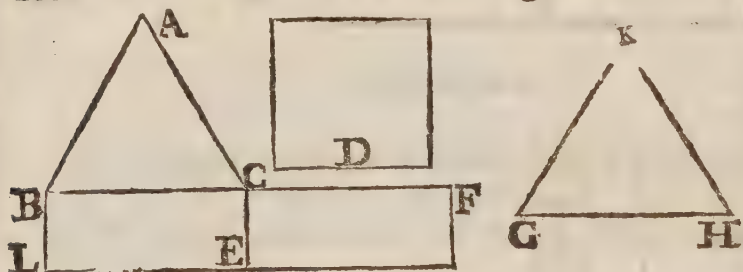
Dico, che i parallelogrammi GE, KH, DB ſono ſimili frà di loro.

Dimoſtratione.

pr.29.1	Gli angoli AEF, B, FHC ſono eguali.
pr.2.6	Le ragioni AE ad EF, AB à BC, FH ad HC ſono le medeſime.
pr.6.6	I triangoli AEF, ABC, FHC ſono ſimili.
	Parimente ſi dimoſtrerà, che i triangoli AGF, ADC, FKC ſono ſimili.
aſſ.2.	Gli angoli EFG, BCD, HCK ſono eguali.
pr.4.6	I lati EF, FA, FG ſono in proportione ordinata come i lati BC, CA, CD, & come i lati HC, CF, CK.
pr.22.5	E per l'egualità le ragioni EF ad FG. BC à CD, HC à CK ſono le medeſime.
pr.24.1	Parimente ſi dimoſtrerà, che gli altri angoli de i parallelogrammi GE, DC, KH ſono eguali, & che i lati attorno à gli angoli eguali ſono proportionali.

Dun-

d.1.6. | Dunque i parallelogrammi GE, KH, DB sono simili frà di loro.

Probl. 7. Prop. 25.

DAti due rettilinei far vn rettilineo simile ad vno di loro, all'altro eguale.

Dati due rettilinei ABC, D.
Bisogna fare il rettilineo GKH simile ad ABC, & eguale à D.

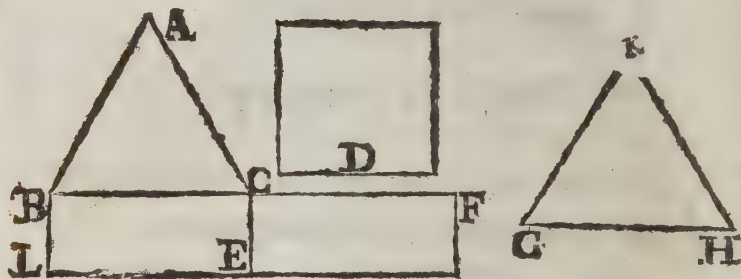
Operatione.

pr.45.1 | Si applichi à BC il rettangolo BE eguale al rettilineo ABC.

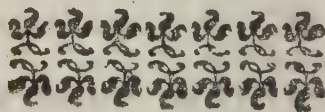
pr.45.1 | Si applichi à CE il rettangolo EF eguale al rettilineo D.

pr.13.6 | Trà BC, CF si troui la media proportionale GH.

pr.18.6 | Soura GH si descriua vn rettilineo simile al rettilineo ABC, in modo, che BC, GH siano i lati homologi.

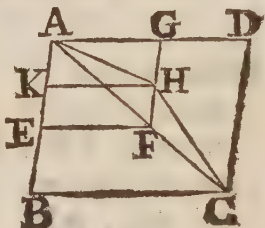
| Dico, che il rettilineo KGH è vguale al rettilineo D.

Dimostratione.

pr.20.6	ABC à KGH hà ragione duplicata de'lati homologi BC à GH.
d.10.1	BC à CF hà ragione duplicata di BC a GH.
pr.11.5 *pr.1.6* *pr.7.5.*	ABC à KGH. BC à CF. BE ad EF. ABC à D. } hanno le medesime ragioni.
pr.9.5	Dunque KGH, D sono eguali.

Teo-

Teor. 19. Prop. 26.

SE da vn parallelogrammo si leua vn parallelogrammo simile al tutto, & che hà vn angolo commune col tutto; hà ancora il diametro commune col tutto.

Del parallelogrammo BD si leui il parallelogrammo KG simile al tutto, & che hà l'angolo al punto A commune.

Dico, che il diametro AH nel diametro AC.

Instanza.

Non è AH in AC, ma il punto H è fuori di AC.

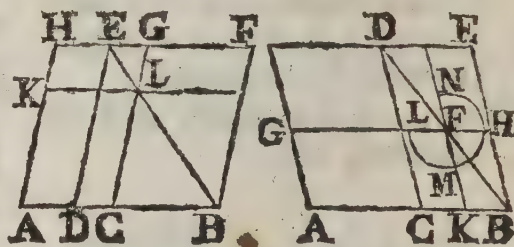
Preparatione.

post.2.	Si prolungherà GH sino che concorra col diametro AC, in F.
pr.31.1	Si condurrà la FE parallela à BC.
	Risposta.
pr.24 6	EG è parallelogrammo simile à BD.
pr.21.6	EG, KG saranno parallelogrammi simili.
d.1.6.	Le ragioni GA ad AK, GA ad AE saranno eguali.
pr.9.5.	AK, AE saranno eguali contro l'ass. 9.
ass.16.	Dũque il diametro AH è nel diametro AC

Teor. 20. Prop. 27.

DE i parallelogrammi, che s' applicano ad vna medesima linea retta, & che mancano di parallelogrammi simili il più grande di tutti, e quello, che stà soura la metà della linea, & è simile al suo mancamento.

Nella prima figura si applicano ad AB i parallelogrammi AL, AE, che mancano de i parallelogrammi LB, EB simili frà di loro.

H E G F D E K L N L F H G M A D C B A C K B

AL stà soura AC, che è la metà di AB, & è simile al suo mancamento LB.

Dico, che AL è maggiore di AE.

Dimostratione.

*pr.*26.6	I parallelogrammi LB, EB sono attorno al medesimo diametro.
*pr.*43.1	I complimenti DL, LF sono eguali.
*pr.*34.1	LE sono parallelogrammi eguali.
*ass.*9.	LH è maggiore di KE.
*ass.*1.	DL è maggiore di KE.
*ass.*2.	Dunque AL è maggiore di AE.

Nella

Nella seconda figura si applicano ad AB i parallelogrammi AD, AF, che mancano de i parallelogrammi CE, KH simili frà di loro.

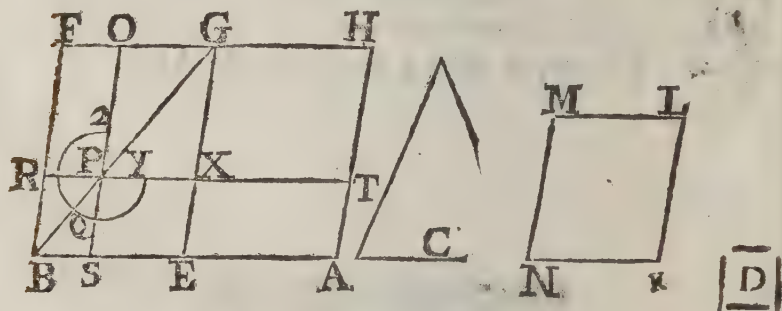
AD stà soura AC, che è la metà di AB, & è simile al suo mancamento CE.

Dico, che AD è maggiore di AF.

Dimostratione.

pr.26.6	I parallelogrammi CE, KH sono attorno al medesimo diametro DB.
pr.34.1	GD è vguale à DH.
ass.9.	DH è maggiore di FE.
pr.43.1	GD è maggiore di FE.
ass 1.	GD è vguale di CF.
ass 12.	Dunque AD à maggiore di AF.

Probl. 8. Prop. 28.

DAta vna linea retta, vn rettilineo, & vn parallelogrammo, applicare alla data linea retta vn parallelogrammo eguale al dato rettilineo, e mancante d'vno parallelogrammo simile al parallelogrammo dato. Ma bisogna, che il dato rettilineo non sia maggiore del parallelogrammo, che si applica alla metà della linea data, & è simile al parallelogrammo dato.

Data la retta AB.
Dato il rettilineo C.
Dato il parallelogrammo D.
EB sia la metà di AB.
EF sia il parallelogrammo, che si applica ad EB, & è simile à D.
Non sia la figura C maggiore del parallelogrammo EF.

Bi-

Bisogna applicare ad AB il parallelogrammo AP eguale à C, che manca del parellelogrammo RS simile à D.

Operatione.

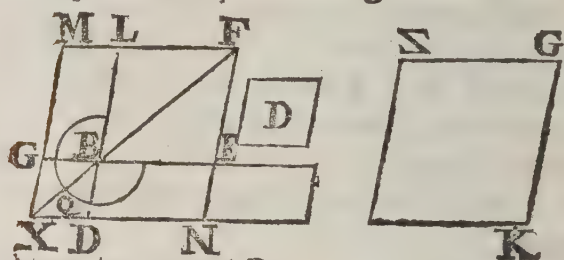
pr.25.6	Si faccia il parallelogrammo NI, simile à D, ouero ad FE, & eguale all'eccesso di FE soura C.
	Si faccia il parallelogrammo OX equilatero al parallelogrammo MK, che però è vguale ad MK, e simile ad FE, & hà il diametro GP soura il diametro GB.
pr.26.6	Si prolunghino i lati RPT, OPS.
post.2.	Dico, che il parallelogrammo AP è vguale à C.

Dimostratione.

	RS, OX, MX, D sono simili frà di loro.
pr.21.6	Dunque RS, D sono simili.
	OX, MX sono eguali frà di loro.
	MX, C sono eguali ad FE.
ass.2.	OX, C sono eguali ad FE.
ass.3.	Li rimanenti parallelogrammi OR, BX sono eguali à C.
pr.43.1	OR è vguale à PE.
pr.34.1	BX è vguale à XA;
ass.2.	OR, BX sono eguali ad AP.
ass.1.	Dunque C è vguale ad AP.

Pro-

Probl. 9. Prop. 29.

Data vna linea retta, vn rettilineo, & vn parallelogrammo; applicare alla data linea retta vn parallelogrammo eguale al dato rettilineo, ed eccedente d'vn parallelogrammo simile al parallelogrammo dato.

Data la retta AB.
Dato il rettilineo C.
Dato il parallelogrammo D.
Bisogna applicare ad AB il parallelogrammo AX eguale al rettilineo C, eccedente del parallelogrammo GD simile à D.

Operatione.

*pr.*10.1 | Si diuida AB in due parti eguali nel punto E.
*pr.*18.1 | Soura BE si faccia il parallelogrammo LE, simile à D.
*pr.*25.6 | Si faccia il parallelogrammo ZK eguale alla somma del parallelogrammo LE, & del rettilineo C; e simile à D.

Si

pr.18.6 | Si faccia il parallelogrammo MN equilatero, eguale, e simile al parallelogramo ZK

post.2. | Si prolunghino le rette ABG, LBD.

| Dico, che C è vguale ad AX.

| E che GD è simile à D.

Dimostratione.

pr.24.6 | GD, LE, MN, ZK, D sono simili.

pr.21.6 | Dunque GD è simile à D.

| MN è vguale alla somma di LE, C.

aß.3. | MB, GD, DE sono eguali à C,

pr.43.1 | MB è vguale à BN.

pr.34.1 | DE è vguale ad NA.

ass.vn. | MB, GD, DE è vguale ad AX.

ass.1. | Dunque C è vguale ad AX.

Probl. 10. Prop. 30.

Data vna linea retta terminata; tagliarla secondo l'estrema, e media ragione.

Data la retta linea terminata AB.

A C B

Bisogna tagliarla in C, secondo l'estrema, e media ragione.

Operatione.

pr.11.2 | Si diuida AB nel pũto C in modo, che il rettang. ABC sia eguale al quadrato AC.

Dimostratione.

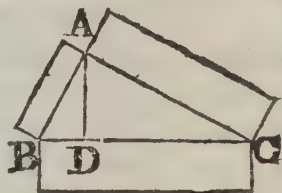
pr.17.6 | BA, AC, CB sono proportionali.

d.3.6 | Dunque BA è diuisa in C secondo l'estrema, e media ragione,

Teo-

Teor. 21. Prop. 31.

SE da i lati del triangolo rettangolo, si fanno tre figure simili; la figura dell'ipotenusa è vguale all' altre.

Il triangolo rettangolo è ABC.
L' ipotenusa è BC.
Dico, che la figura rettilinea, che si fà da BC è vguale alle figure rettilinee simili, che si fanno da i lati AB, AC.

Dimostratione.

pr.22.6. | Il quadrato di AB al quadrato di BC, & la figura di AB alla figura di BC hanno le medesime ragioni.

pr.22.6 | Il quadrato di AC al quadrato di BC, & la figura di AC alla figura di BC hanno le medesime ragioni.

pr.24.5 | I quadrati di AB, AC al quadrato di BC, & le figure di AB, AC alla figura di BC hanno le medesime ragioni.

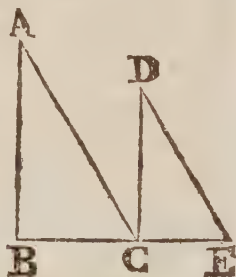
pr.47.1 | I quadrati di AB, AC sono eguali al quadrato di BC.

Dunque le figure di AB, AC sono eguali alla figura di BC.

Teor.

Teor. 22. Prop. 32.

SE due triangoli hanno i lati proportionali, e sono composti ad vn angolo in modo, che i lati homologi siano paralleli; gli altri lati sono in dirittura.

Ne i triangoli ABC, DCE i lati proportionali sono CA, AB, ED, DC.
I lati homologi AC, DE sono paralleli.
Et i lati homologi AB, DC sono paralleli.
Dico, che i lati BCE sono in dirittura nella medesima linea retta.

Dimostratione.

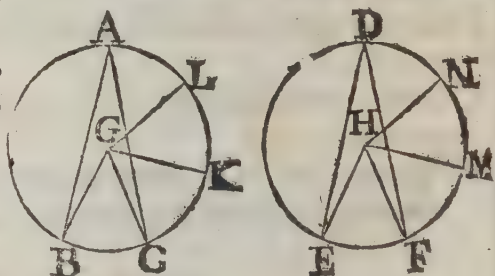
*pr.*29.1	Gli angoli B, DCE sono eguali.
*pr.*29.1	Gli angoli A, ACD, D sono eguali.
pr 6 6.	I triangoli ABC, DCE sono simili.
*pr.*29.1	Gli angoli B, DCB sono eguali à due retti.
*ass.*1.	Gli angoli DCE, DCB sono eguali à due retti.
*pr.*14.1	Dunque BCE è vna linea retta.

Teor.

Teor. 23. Prop. 23.

NE i circoli eguali gli angoli à i centri ſono, come gli archi ſotteſi, così ancora ſono gli angoli alle circonferenze; & li ſettori, che ſono à i centri.

ABC, DEF ſono circoli eguali.
BGC, EHF ſono angoli à i centri.
BAC, EDF ſono angoli alle circonferenze.
BGC, EHF ſono ſettori.
Dico, che l'angolo BGC all'angolo EHF ſtà, come l'arco BC all'arco EF.
Che l'angolo BAC all'angolo EAF ſtà come l'arco BC all'arco EF.
E che il ſettore BGC al ſettore EGE ſtà come l'arco BC all'arco EF.

A D L N G H K M B C E F

Preparatione.

Si faccia l'arco BCKI, molteplice dell'arco BC, ſecondo qualſiuoglia moltiplicatione, & l'arco EFMN molteplice dell'arco.
Sia EF ſecondo qualſiuoglia altra moltiplicatione, conducano le rette GK, GL, HM, HN.

Dimoſtratione.

Quanti ſouo gli archi eguali BC, CK, KL tanti ſono gli angoli eguali BCG, CGK, KGL, & quanti

ſono

ſono gli archi eguali EF, FM, MN tanti ſono gli angoli eguali EHF, FHM, MHN.

L'arco BCKL, & l'angolo BGL ſono egualmente molteplici dell'arco BC, & dell'angolo BGC.

L'arco EFMN, & l'angolo EHN ſono egualmente molteplici dell'arco, EF, & dell'angolo EHF.

Se l'arco BCKL è maggiore dell'arco EFMN, ancora l'angolo BGL è maggiore dell'angolo EHN; ſe vguale, vguale; ſe minore, minore: per la prop. 3.

Dunque come l'arco BC all'arco EF coſi ſtà l'angolo BGC all'angolo EHF: per la def. 6. 5.

Come l'angolo BGC all'angolo BAC così ſta l'angolo EHF all'angolo EDF.

Dunque permutandoſi come l'angolo BGC all'angolo EHF, cioè come l'arco BC all'arco EF coſi ſtà l'angolo BAC all'angolo EDF.

Quanti ſono gli archi eguali BC, K, CKL, tanti ſono i ſettori congruenti ed eguali BGC, CGK, KGL; e quanti ſono gli archi egu. EF, FM, MN, tanti ſono i ſettori congruenti ed eguali EHF, FHM, MHN.

L'arco BCL, & il ſettore BGL ſono egualmente molteplici dell'arco BC, & del ſettore BGC.

L'arco EFN, & il ſettore EHN ſono egualmente molteplici dell'arco EF, & del ſertore EHF.

Se l'arco BCL è maggiore dell'arco EFN, anche il ſettore BGL è maggiore del ſettore EHN; ſe vguale, vguale; ſe minore, minore.

Dunque come l'arco BC all'arco EF. coſi ſtà il ſettore BGC al ſettore EHF: per la def. 6. 5.

Il Fine del Libro Seſto.

p 3.00

Euclidis Elementorum Geometricorum libros priore sex, Italicum in idioma appositissimè, & per quam clarissimè traductos, qui aditum, vel debilioribus ingenijs felicissimum, atque faccillimum ipsam ad abstractionem rerum Mathematicarum, immò cuiusuis facultatis, & doctrinæ parare possunt, & instruere intelligentiam adipiscendam, cum Ego infrascriptus, librorum Mathematicorum Censor, seu Reuisor pro Sanctiss. Inquisit. Officio accuratè, & summa animi iucunditate viderim, atq; perlegerim; fidem facio, & attestor eos esse typis dignissimos, nihilq; prorsus continere, quod sacris Canon. & legitimæ moral. & polit. aduersetur.

Ouidius Montalbanus Philosophiæ, & Med. Doct. Coll. & in Archigymn. Bonon. publ. profess. Mathem. Antesignanus &c.

V. D. Stephanus Seminus Clericus Regularis S. Pauli Pœnitentiarius pro Eminentiss. ac Reuerendiss. D. Cardinali Ludouisio Archiep. Bonon. & Principe.

Reimprimatur.

Fr. Angelus Gulielmus Molus Vicarius Generalis S. Officij Bononiæ.